

# 人々に支えられ光電子の夢に ワクワクの40年

新潟大学工学部電気電子工学科  
佐々木修己

考え、考え、考え続けよ

図、イメージを描いて

考続至創造

 式より、

『イメージ、物理的意味』

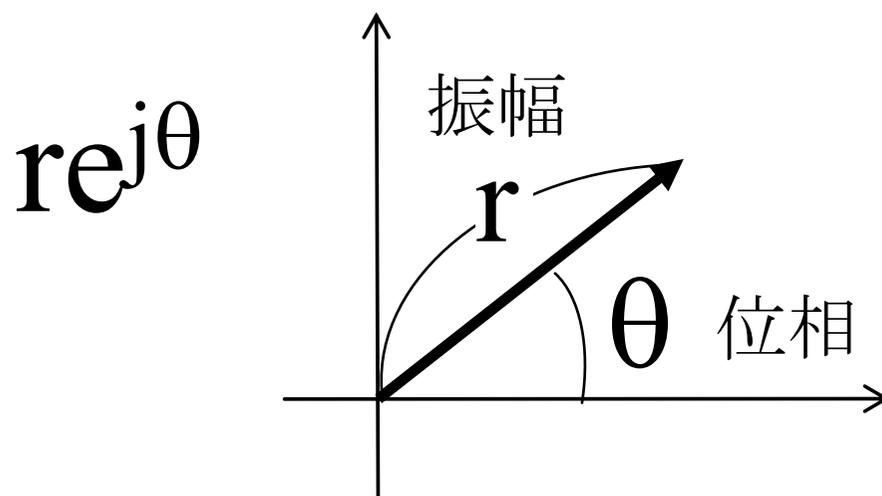
『基本原理、本質』

考続至創造

基本原理、本質を考えよ

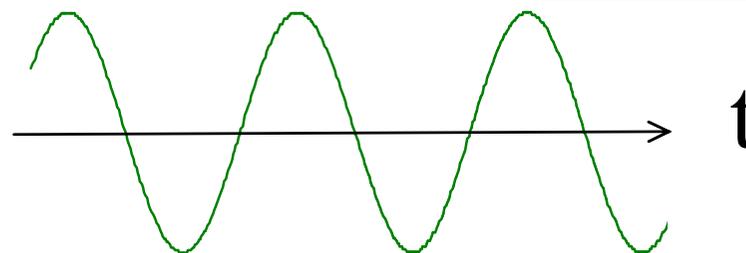
イメージ (図) で

# 複素指数関数の世界



正弦波信号

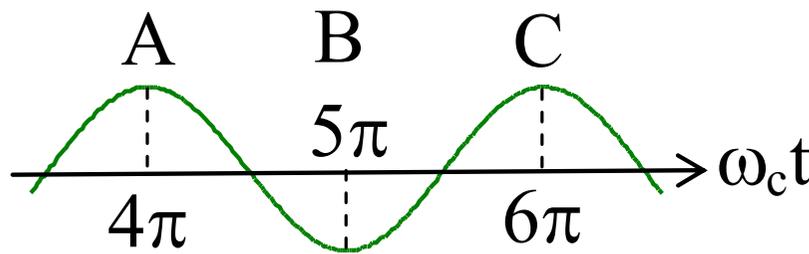
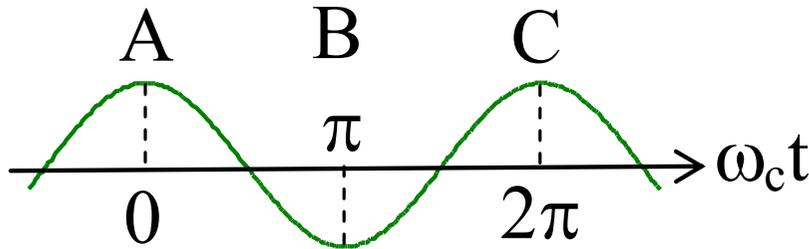
$e^{j\omega t}$



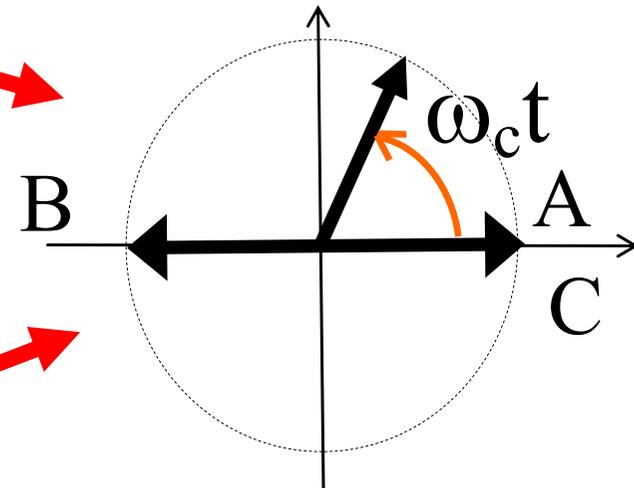
# 正弦波信号は $2\pi$ の周期性をもつ

$\cos\omega_c t$

コサイン表示

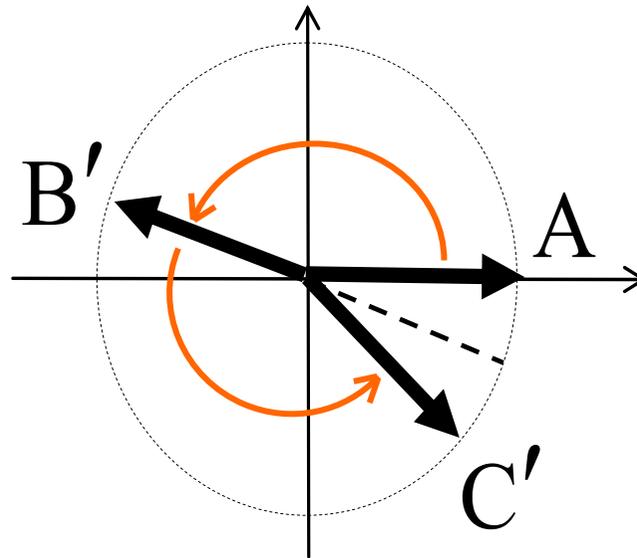


ベクトル表示



$e^{j\omega_c t}$

値の変化を確実に検出するためには、 $\pi$ 以下の位相変化で検出する必要がある。



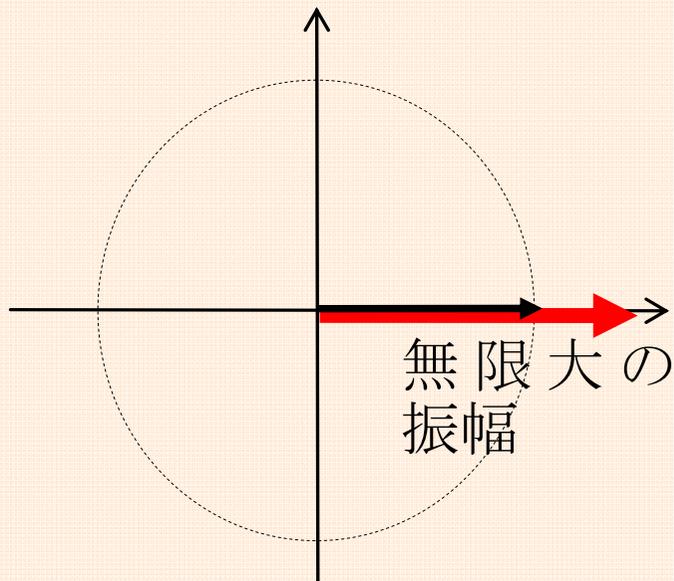
サンプリング定理:  
1周期に3点のサンプリング

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} dt$$

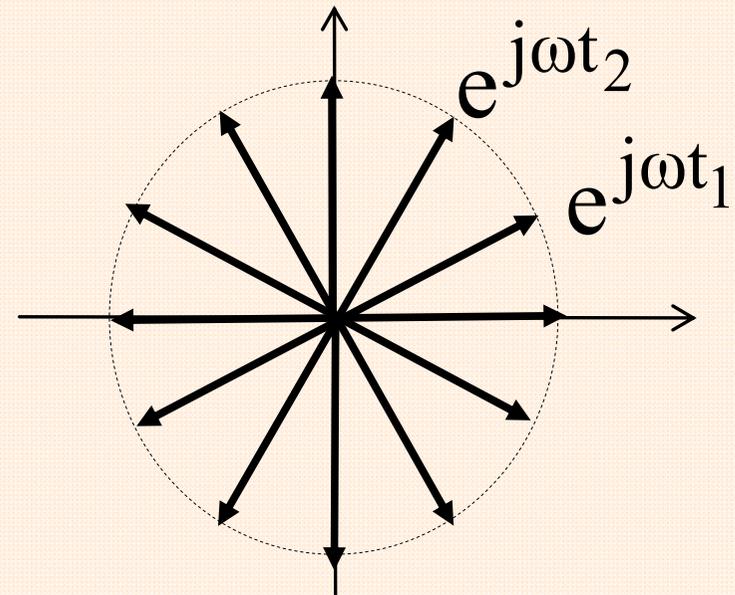
## 正弦波信号の積分(和)

### 無限の和の場合

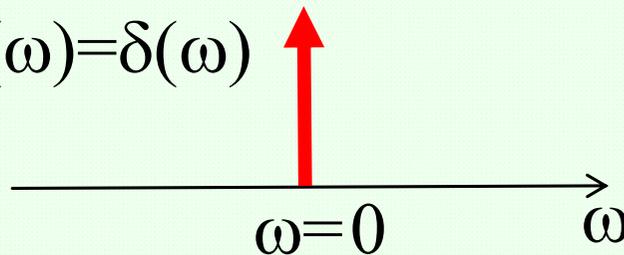
$\omega=0$  のとき



$\omega \neq 0$  のとき



$$F(\omega) = \delta(\omega)$$



合成ベクトル  
の振幅はゼロ

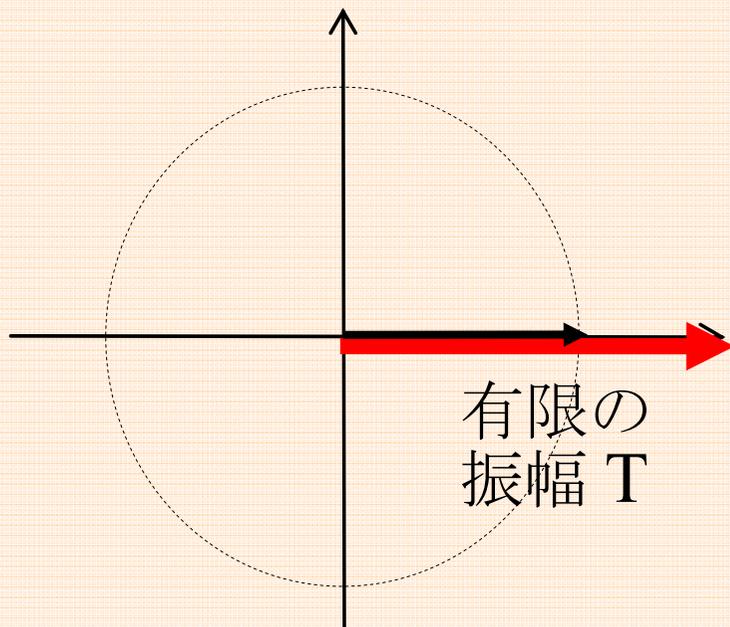
$\omega$  と  $t$  は入れ替え  
可能である。

$$F(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} e^{j\omega t} dt$$

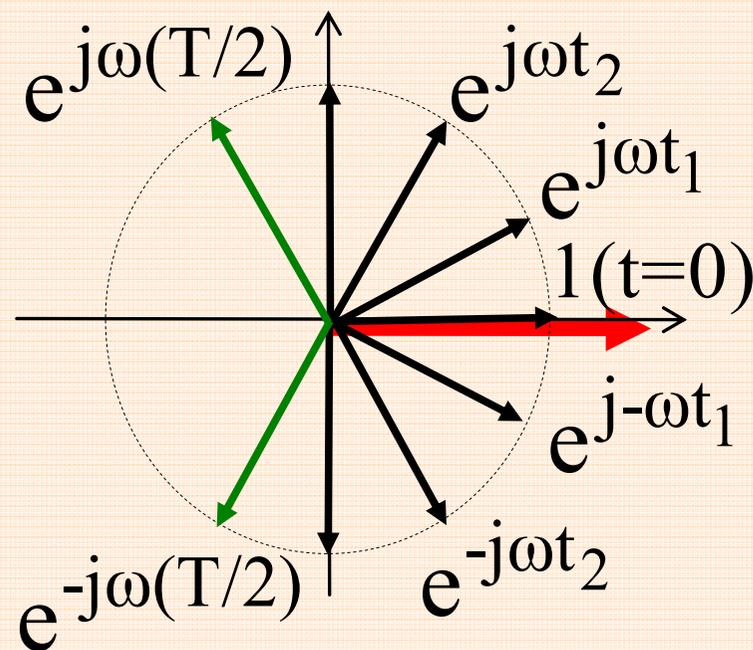
## 正弦波信号の積分(和)

### 有限の和の場合

$\omega = 0$  のとき



$\omega \neq 0$  のとき



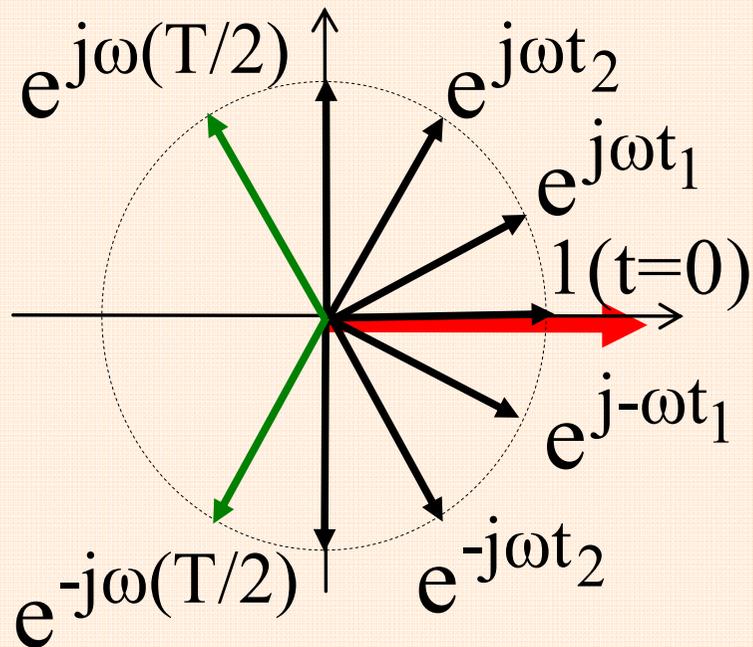
合成ベクトルの位相はゼロか $\pi$   
 振幅は角度 $\omega(T/2)$ に依存する。

$$F(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} e^{j\omega t} dt$$

## 正弦波信号の積分(和)

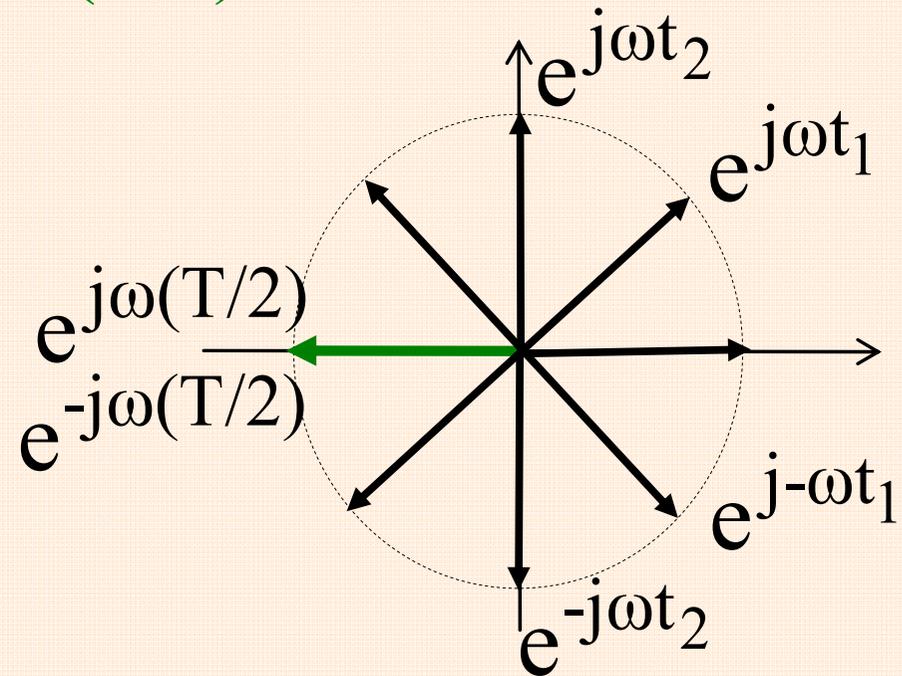
### 有限の和の場合

$\omega \neq 0$  のとき



合成ベクトルの位相はゼロか $\pi$   
 振幅は角度 $\omega(T/2)$ に依存する

$\omega(T/2) = \pi$  のとき



合成ベクトルの振幅はゼロ  
 $\omega = 2\pi/T$  のとき

$$F(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} e^{j\omega t} dt$$

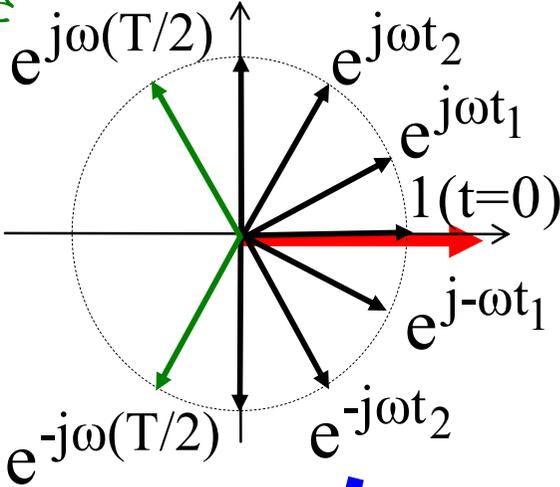
正弦波信号の積分(和)

有限の和の場合

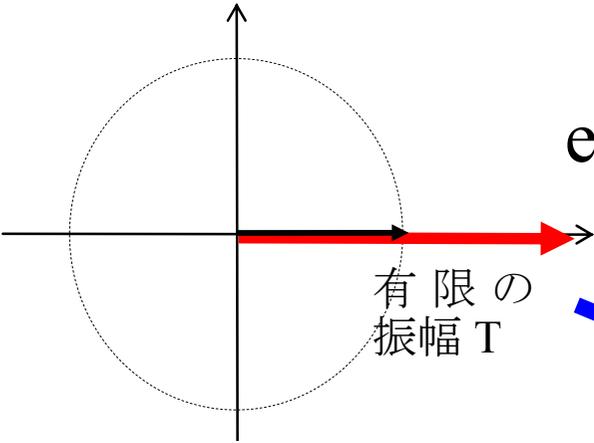
$$F(\omega) = T \frac{\sin(T\omega/2)}{T\omega/2}$$

シンク(sinc)関数

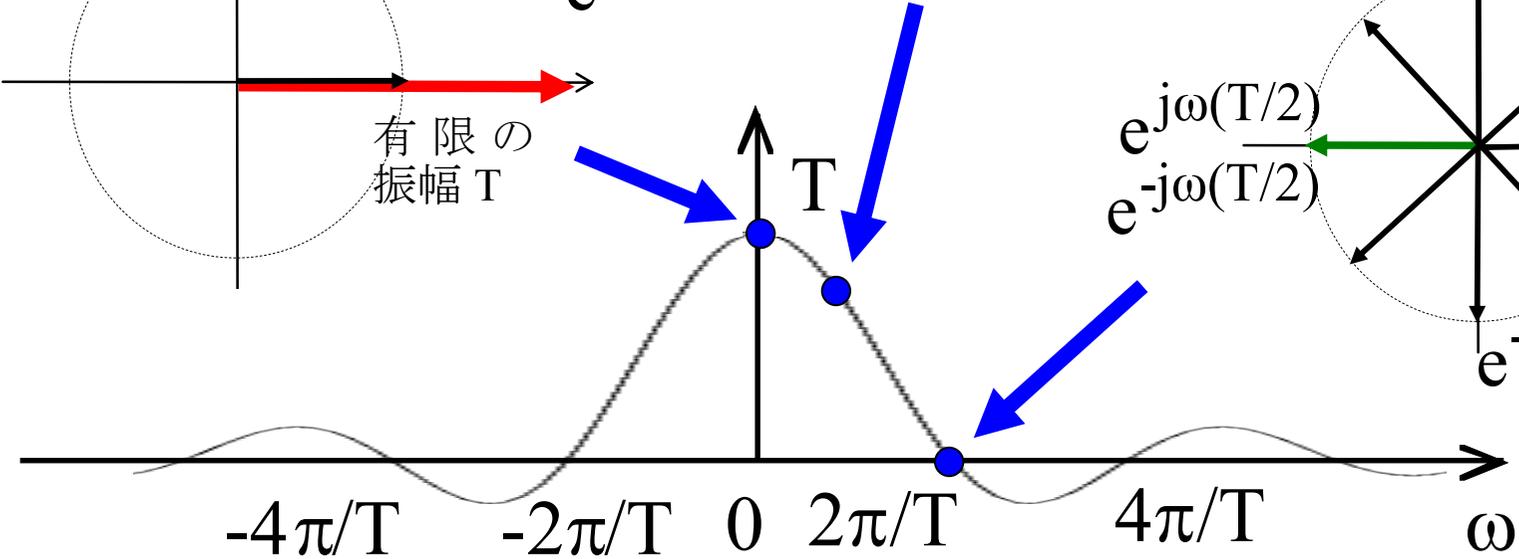
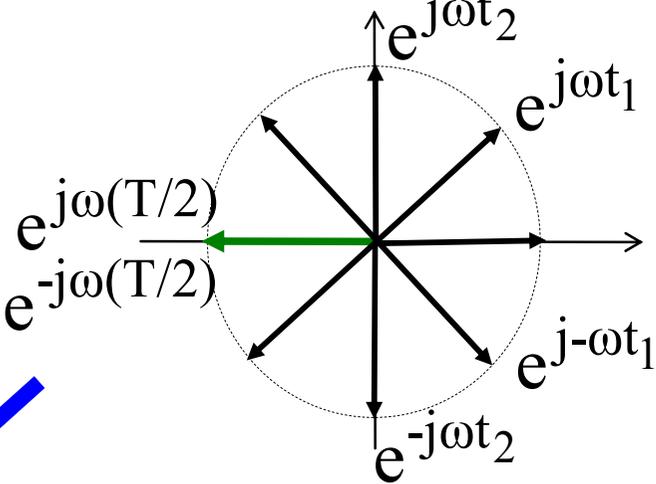
$\omega \neq 0$  のとき



$\omega = 0$  のとき



$\omega = 2\pi/T$  のとき

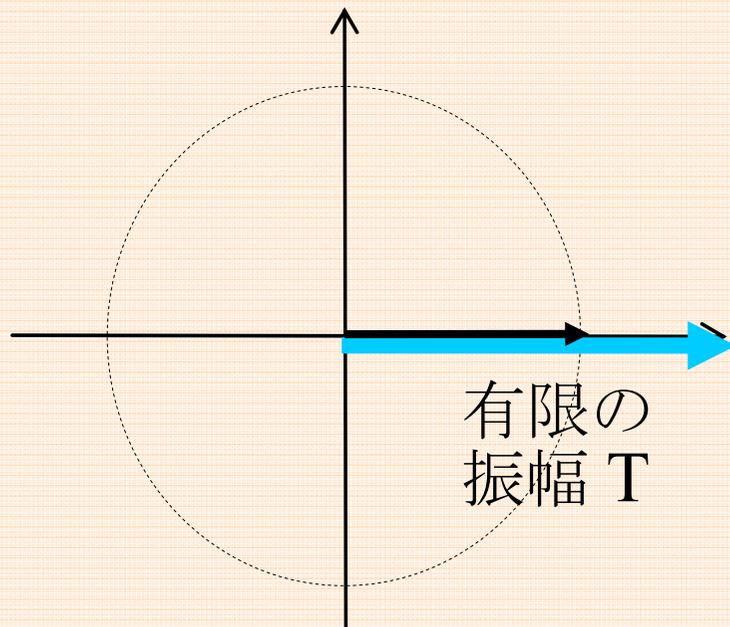


$$F(\omega) = \int_{-T/2+c}^{T/2+c} e^{j\omega t} dt$$

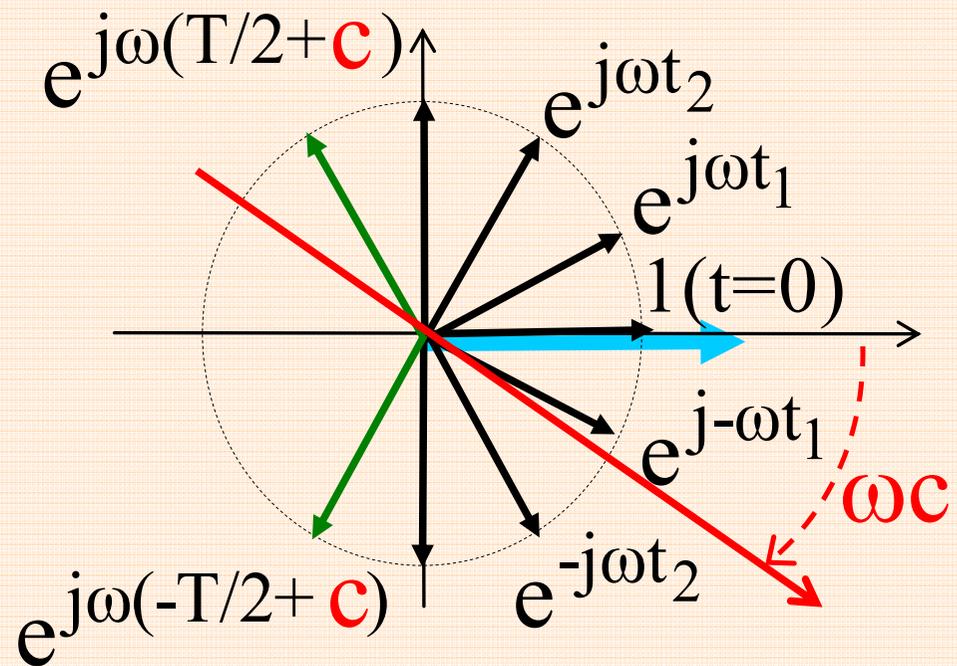
## 正弦波信号の積分(和)

対称でない有限の和の場合

$\omega=0$  のとき

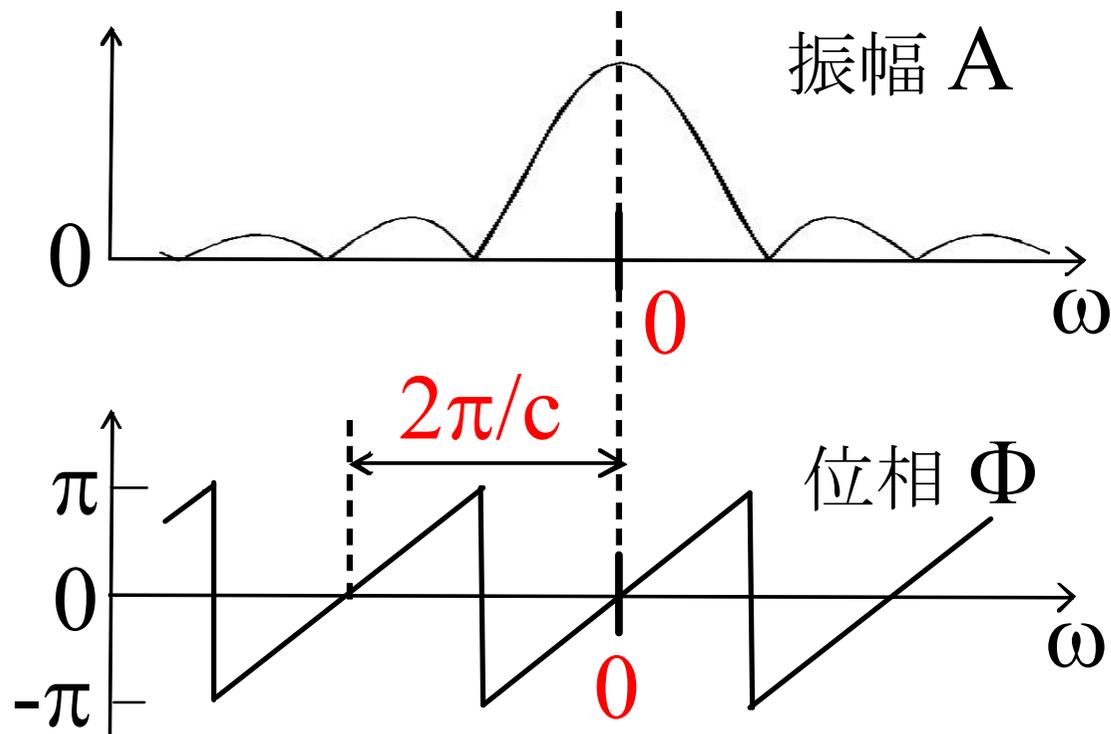


$\omega \neq 0$  のとき



合成ベクトルの位相は  $c\omega$  となる。

$$F(\omega) = \int_{-T/2+c}^{T/2+c} e^{j\omega t} dt = A(\omega) e^{j\Phi(\omega)}$$



指数関数  $e^{j\omega t}$  を  $t=0$  でなく、 $t=c$  を中心に積分すると、位相分布  $\Phi(\omega) = c\omega$  が生じる。

## 正弦波信号の積分(和)

対称でない有限の和の場合

$$F(\omega) = \int_{-T/2+c}^{T/2+c} e^{j\omega t} dt$$

光干渉計ではこの式が分かれば十分！！

光コム干渉計を除いては

$\omega$ と $t$ は入れ替え可能である。

$$e^{j\Box\bigcirc}$$

$\Box$ は波長(波数)       $\bigcirc$  は測定対象の位置 (光路差)

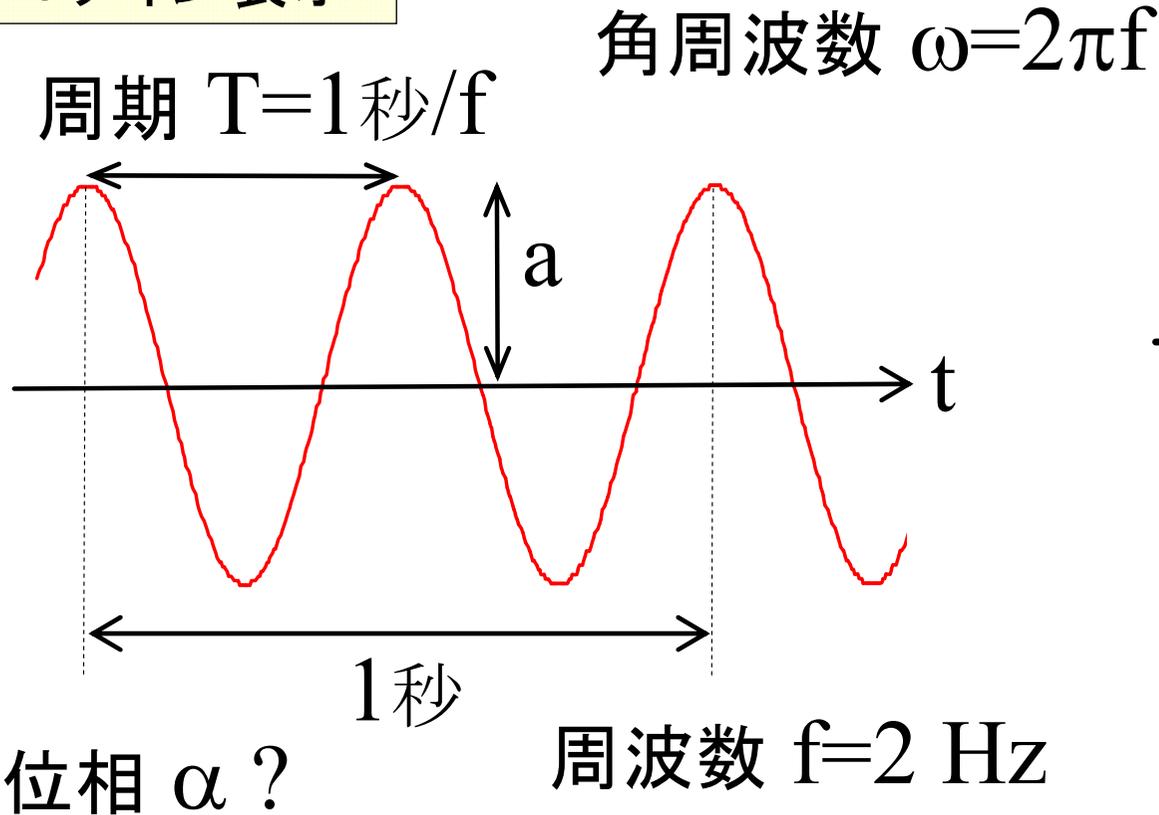
以上の結果を

フーリエ変換に適用しましょう。

$$re^{j\theta} \longrightarrow S(t) = ae^{j(\omega t + \alpha)}$$

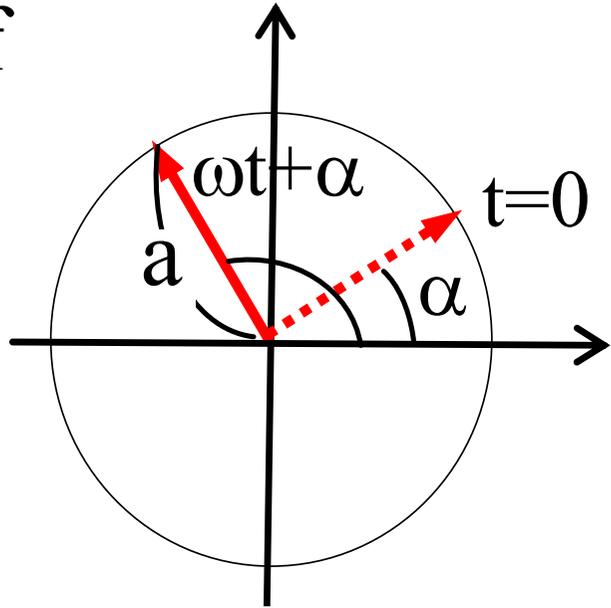
# 正弦波信号

コサイン表示



相対的な値

ベクトル表示



フェーザ表示

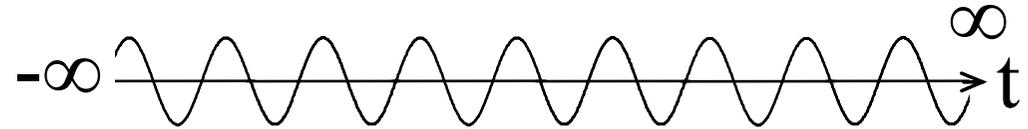
$$S = ae^{j\alpha}$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

## フーリエ変換

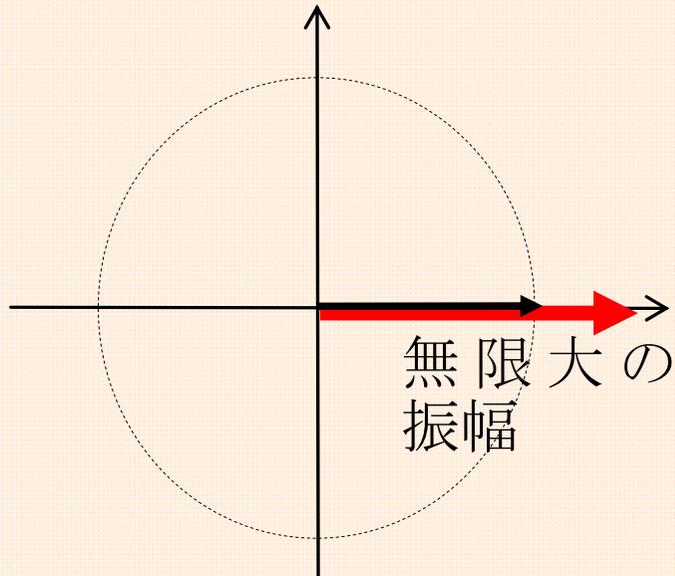
$f(t)$  の実数部 (コサイン表示)

$$f(t) = a e^{j\omega_c t} e^{j\alpha}$$

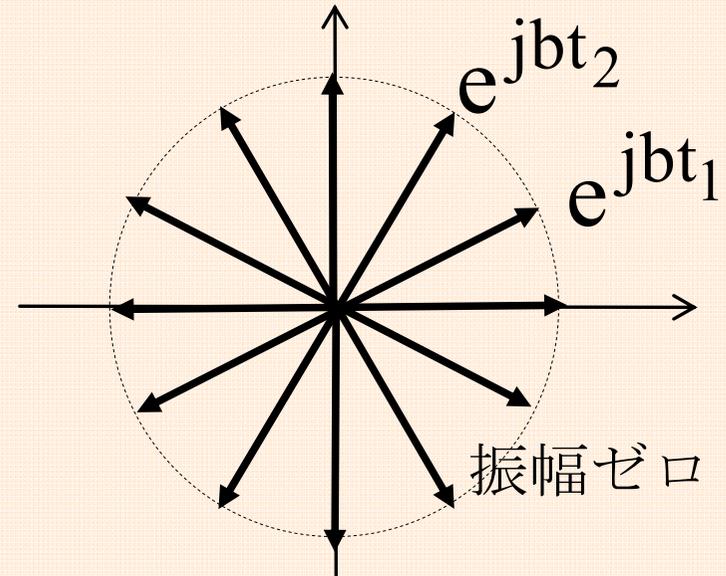


$$F(\omega) = a e^{j\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega_c - \omega)t} dt$$

$\omega = \omega_c$  のとき



$\omega \neq \omega_c$  のとき  $b = \omega_c - \omega$

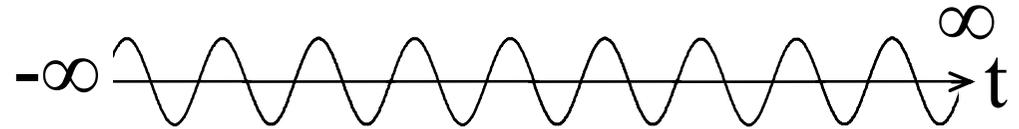


$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

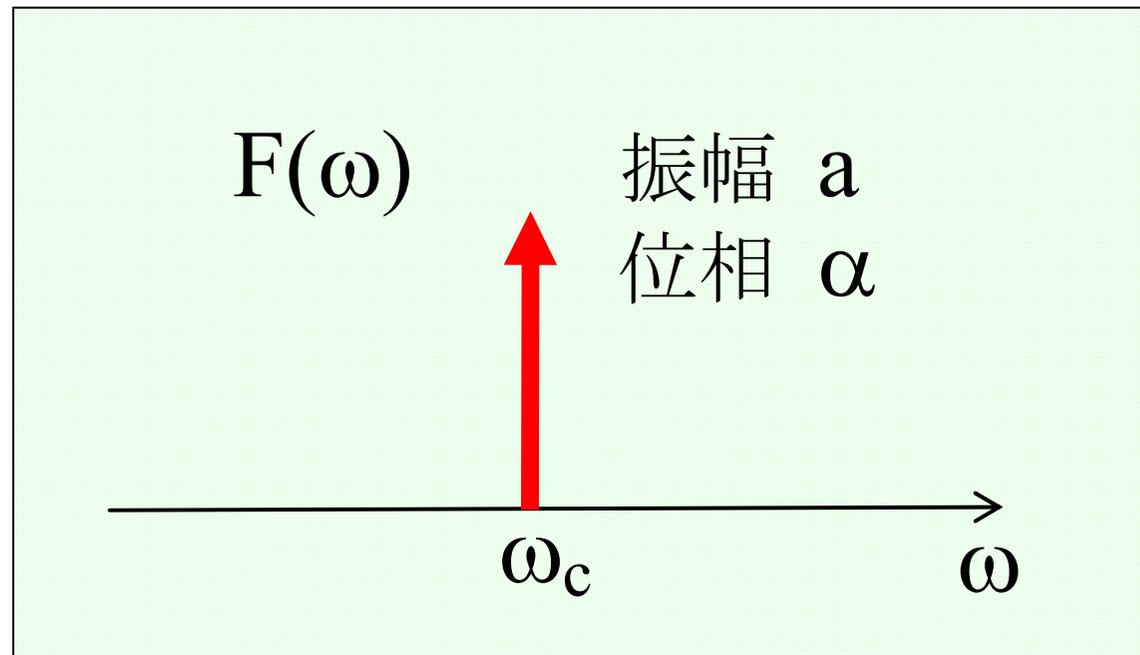
## フーリエ変換

$f(t)$ の実数部 (コサイン表示)

$$f(t) = a e^{j\omega_c t} e^{j\alpha}$$



$$F(\omega) = a e^{j\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega_c - \omega)t} dt$$

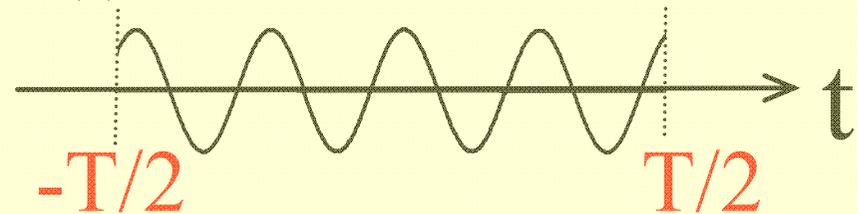


$$F(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$f(t) = a e^{j\omega_c t} e^{j\alpha}$$

## フーリエ変換

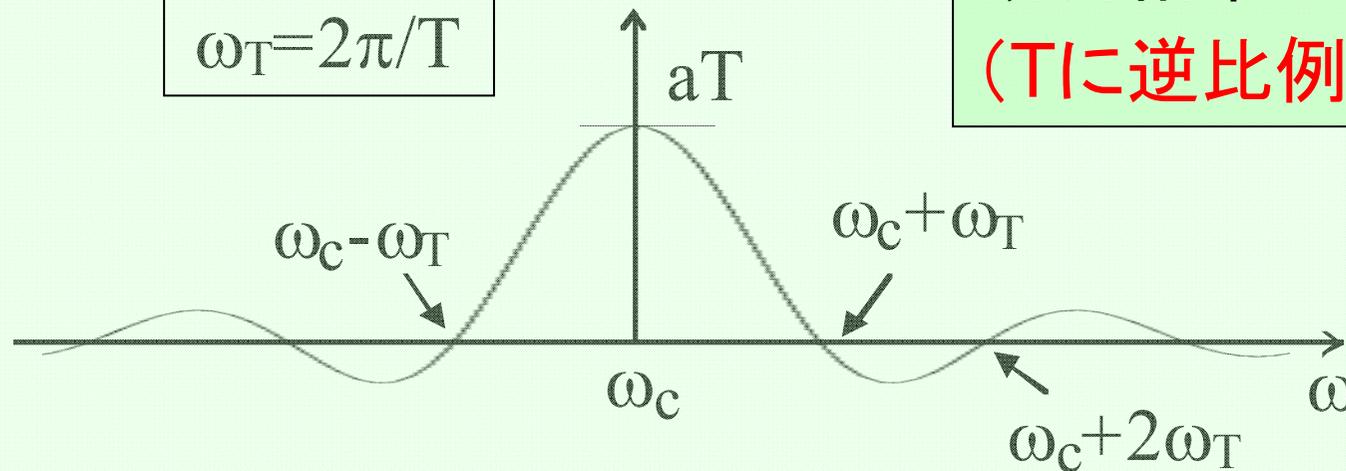
$f(t)$ の実数部



$$F(\omega) = a e^{j\alpha} \int_{-T/2}^{T/2} e^{j(\omega_c - \omega)t} dt$$

有限の幅 $T$ で観測すると、無限の幅のときに比べて、観測結果はsinc関数で( $T$ に逆比例して)広がる。

$$\omega_T = 2\pi/T$$

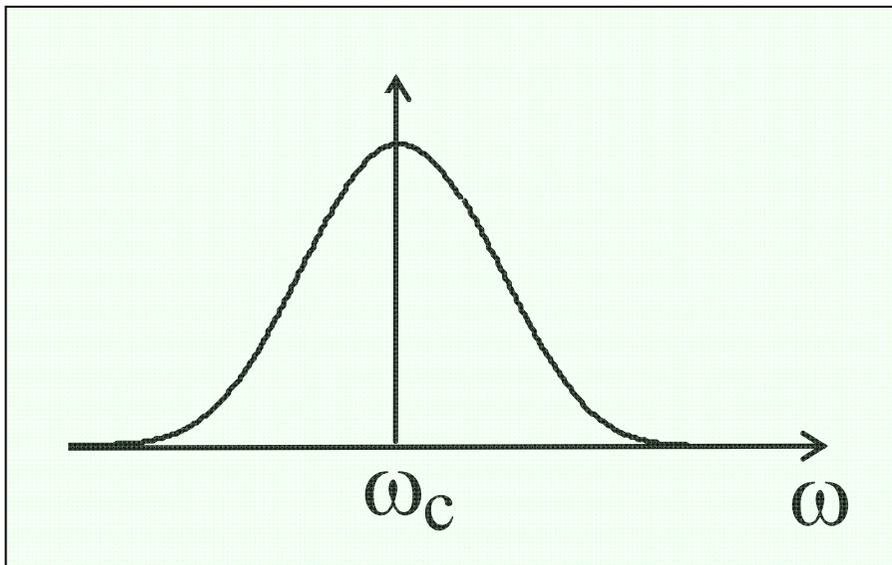
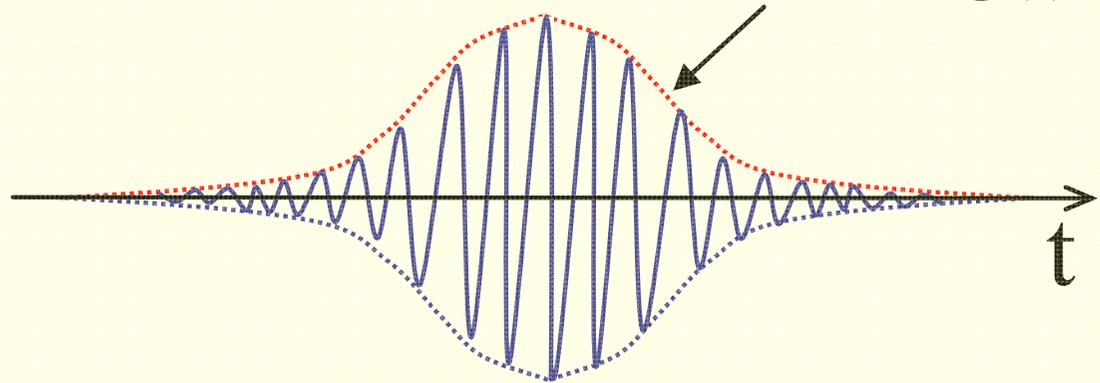


$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)f(t)e^{-j\omega t} dt$$

## フーリエ変換

$$f(t) = ae^{j\omega_c t} e^{j\alpha}$$

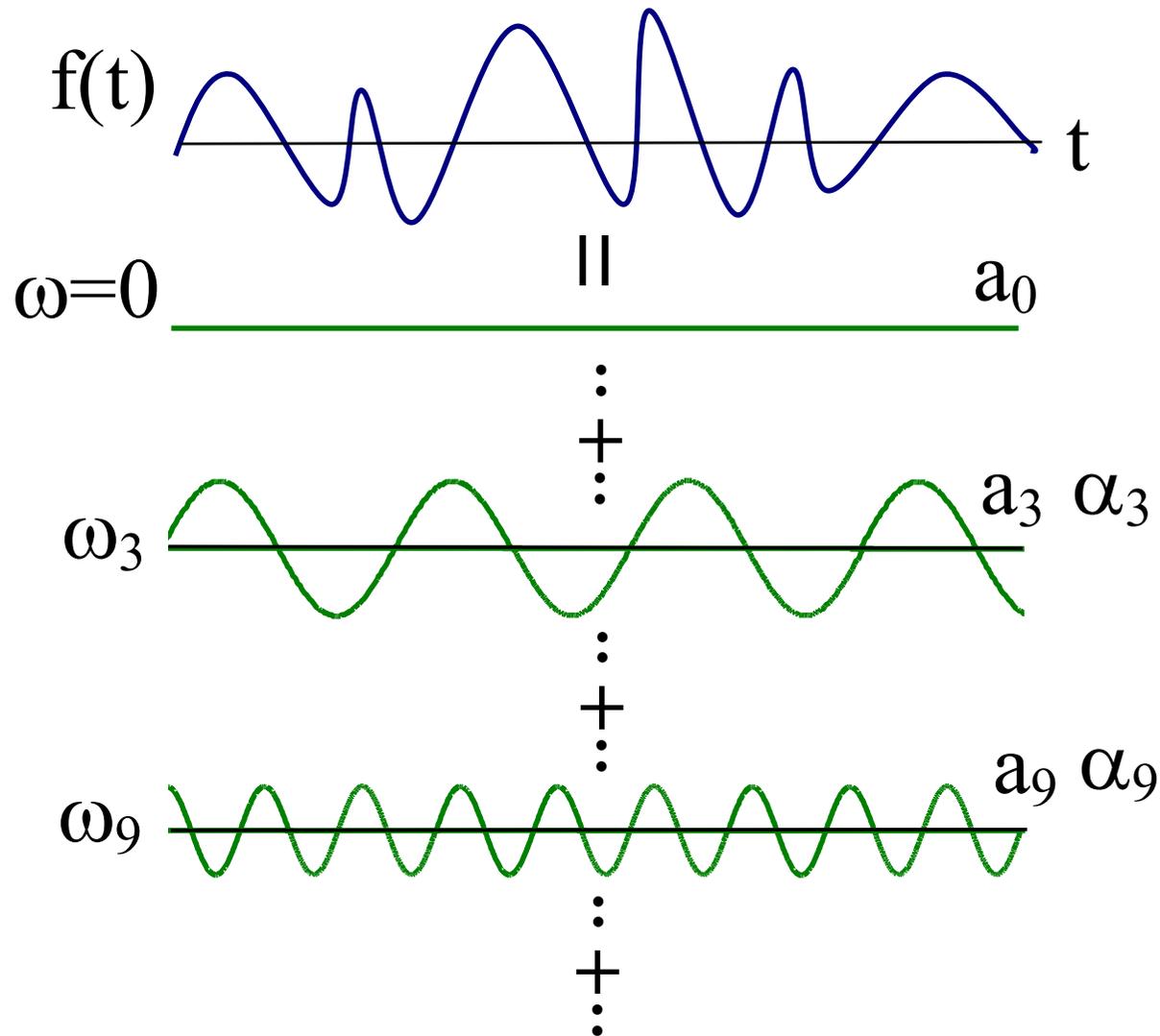
$g(t)f(t)$ の実数部      ガウス関数  $g(t)$



ガウス関数を掛けて  
観測すると、無限の幅  
のときに比べて、観測  
結果はガウス関数で  
広がる。

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

## フーリエ変換(FT)

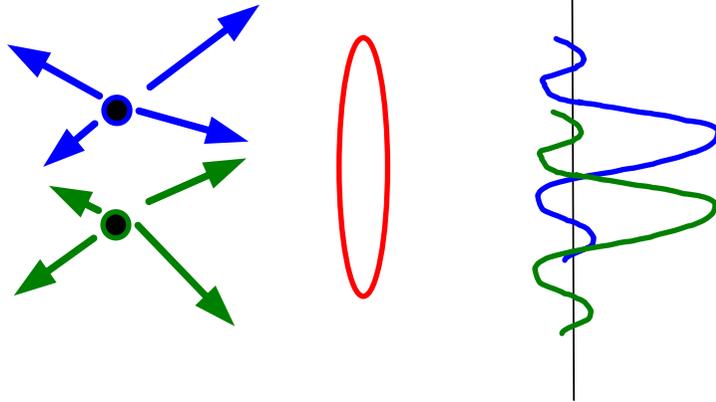


$f(t)$ の中に $e^{j\omega t}$   
( $\omega$ の正弦波)  
がどんな振幅 $a$   
で、どんな位相  
 $\alpha$ で含まれてい  
るかを調べてい  
る。

# 有限の影響

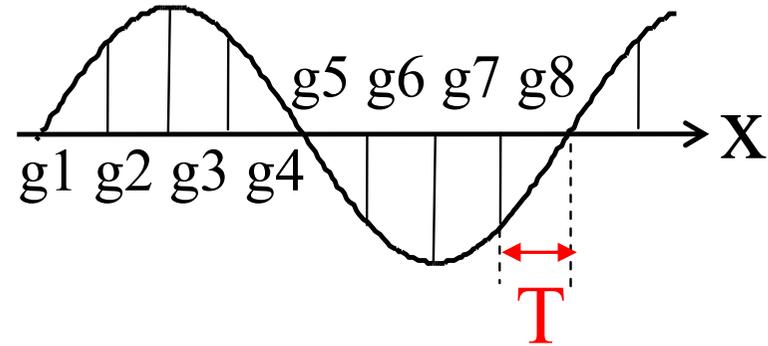
sinc関数あるいはガウス関数が現れる

## ●点物体の結像

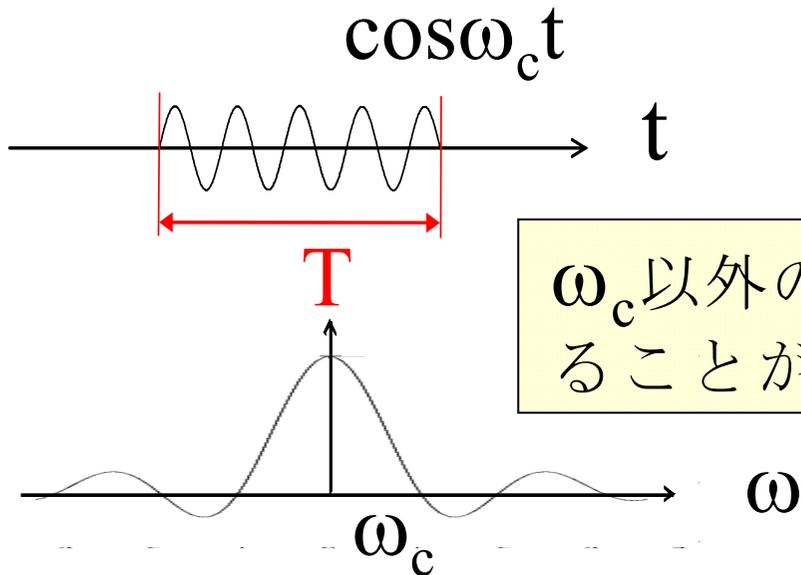


## ●積分検出

$$S(t) = \cos \omega_c t$$



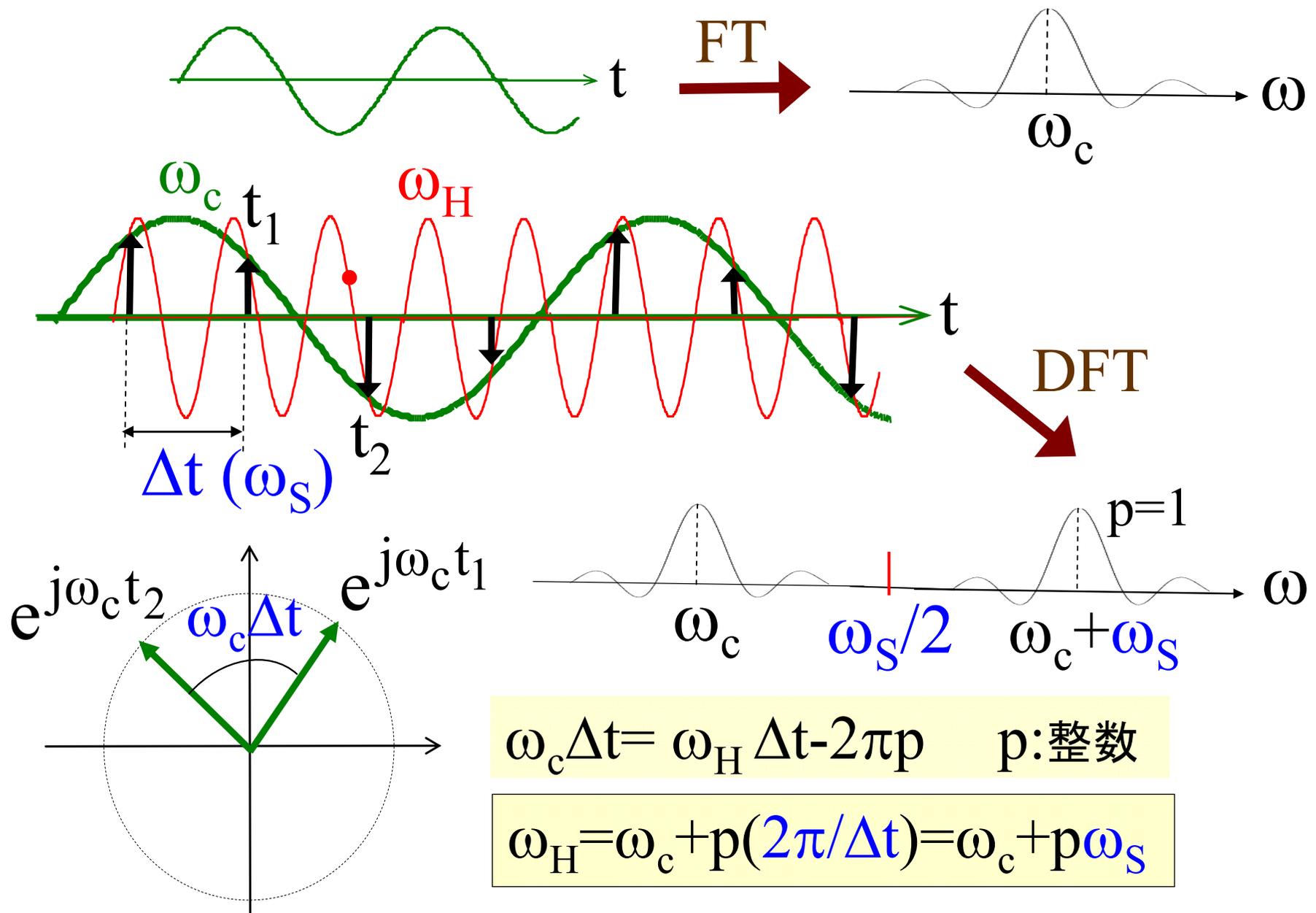
## ●パルス化



$\omega_c$ 以外の波を得ることができる。

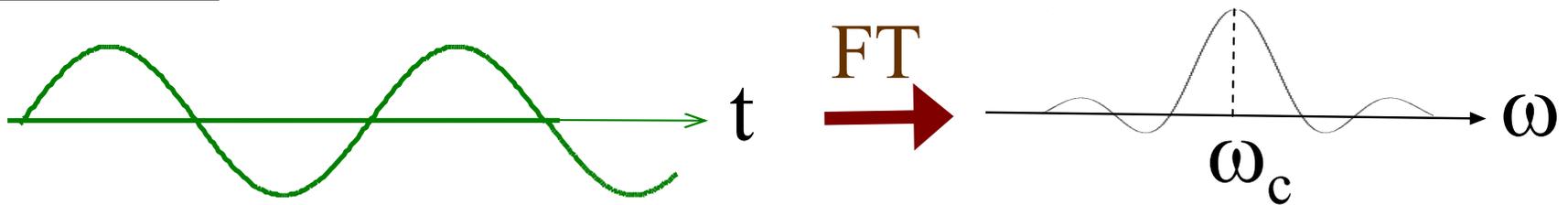
積分値  $g1, \dots, g8$  をフーリエ変換すると  $\omega$  の正弦波の振幅は  $\sin(\omega T/2)/(\omega T/2)$  だけ減衰する。

# 正弦波信号の離散時間での観測(サンプリング)

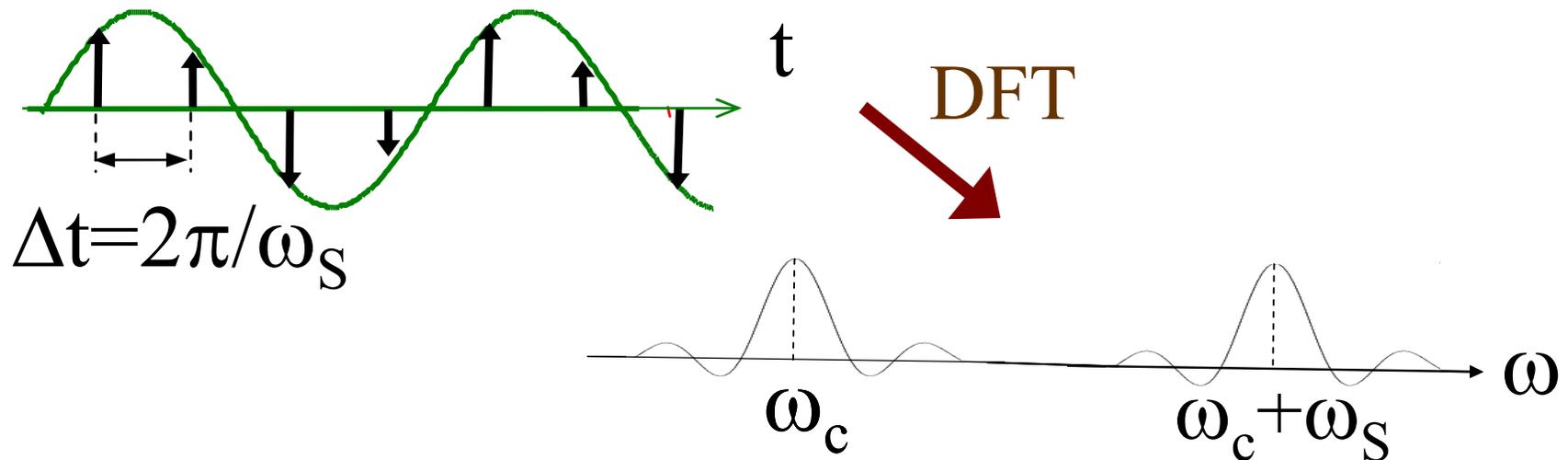


信号を離散的に扱くと、連続的な場合の結果が繰り返される

連続的



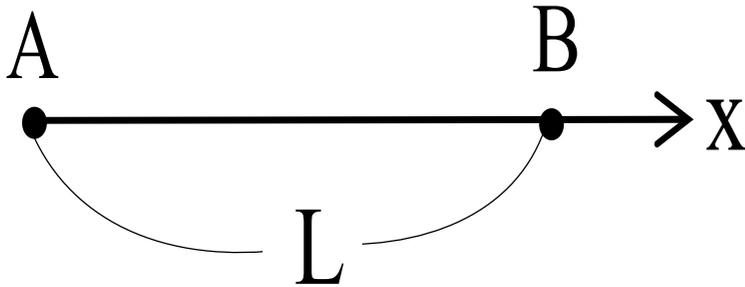
離散的



## 光干渉計のお話

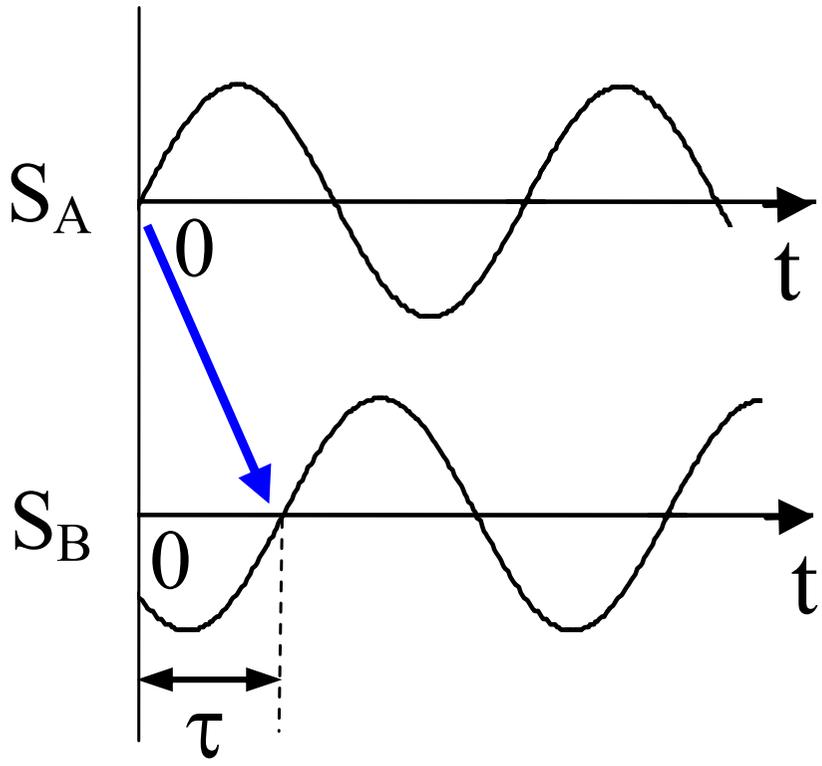
- ① どんな光を用いるか
- ② どんな変調を干渉信号に加えるか

# 波の伝搬による位相変化



$$\tau = L/v = L(2\pi/\lambda\omega)$$
$$v = \lambda f = \lambda(\omega/2\pi)$$
$$\phi = -\omega\tau = -(2\pi/\lambda)L$$

$\lambda$ : 波長

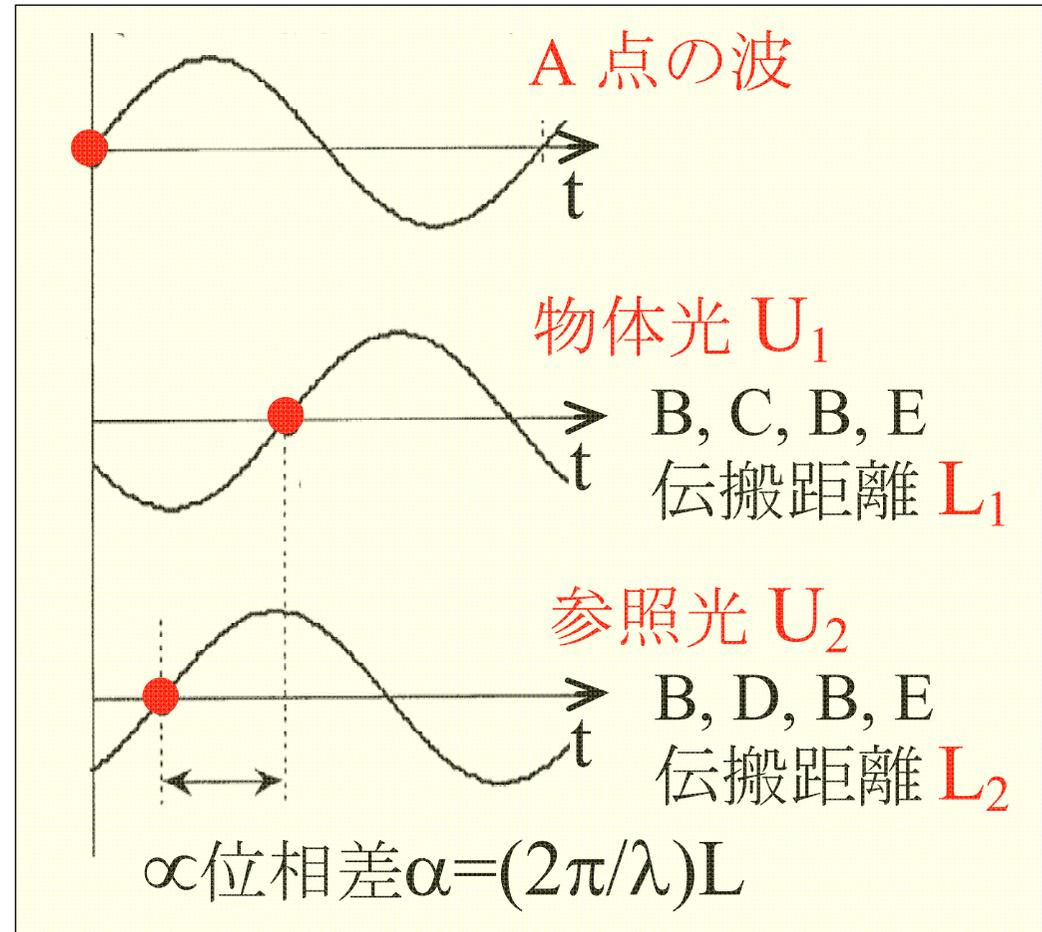
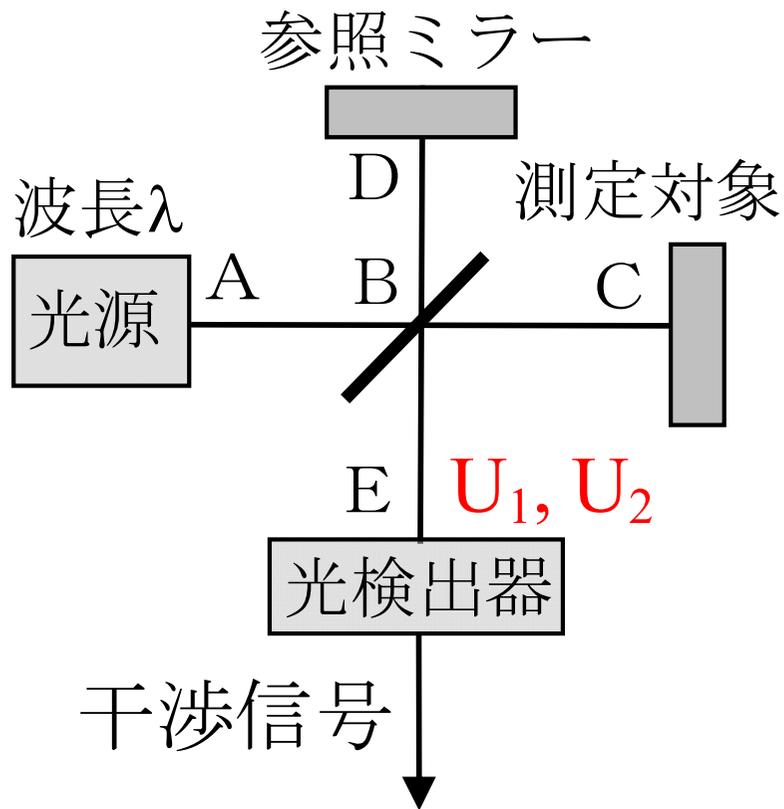


$$S_A(t) = e^{j\omega t}$$

$$S_B(t) = e^{j\omega(t-\tau)}$$
$$= e^{j\omega t} e^{j\phi}$$

波は距離L  
だけ伝搬す  
ると、位相が  
 $(2\pi/\lambda)L$ だ  
け変化する。

# 干渉計の基礎



$$S(L) = |U_1 + U_2|^2$$

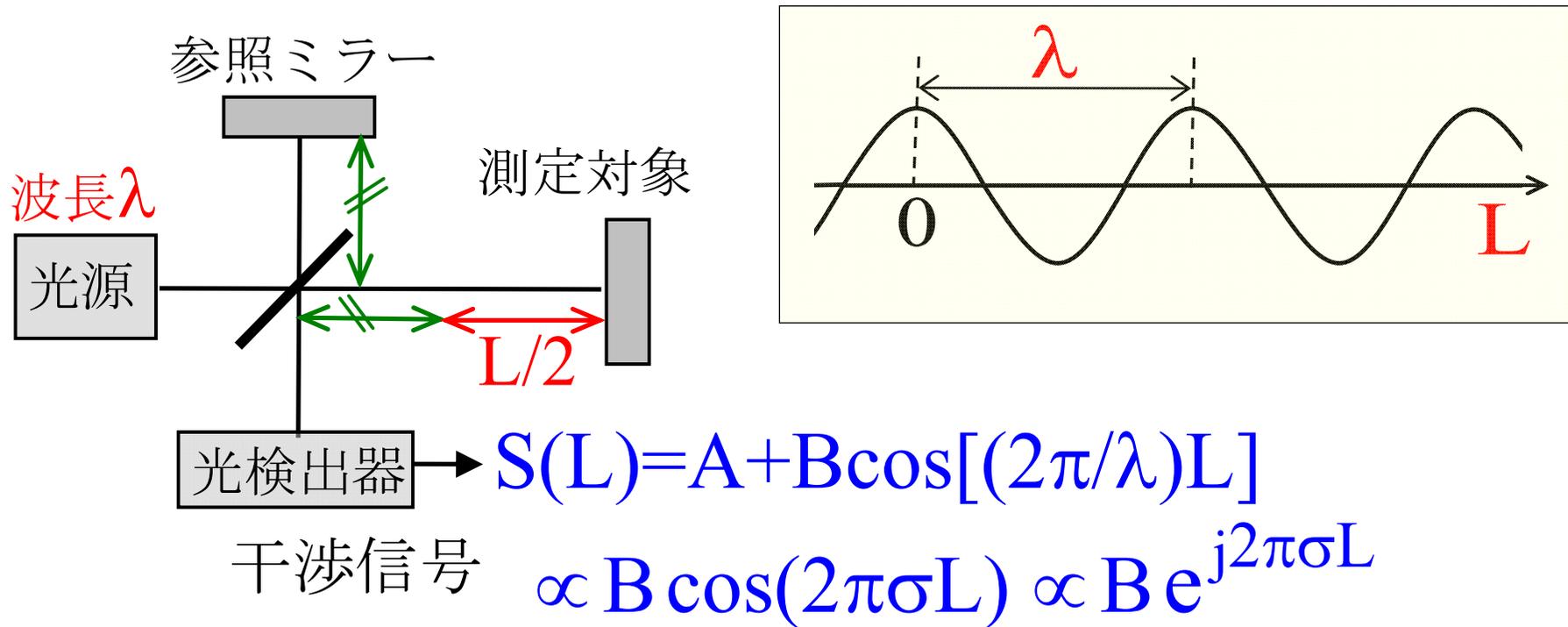
$$= |U_1|^2 + |U_2|^2 + \underline{U_1 U_2^*} + \underline{U_1^* U_2}$$

$$= A + B \cos[(2\pi/\lambda)L] = A + B \cos(\underline{\alpha})$$

光路差  $L = L_1 - L_2$

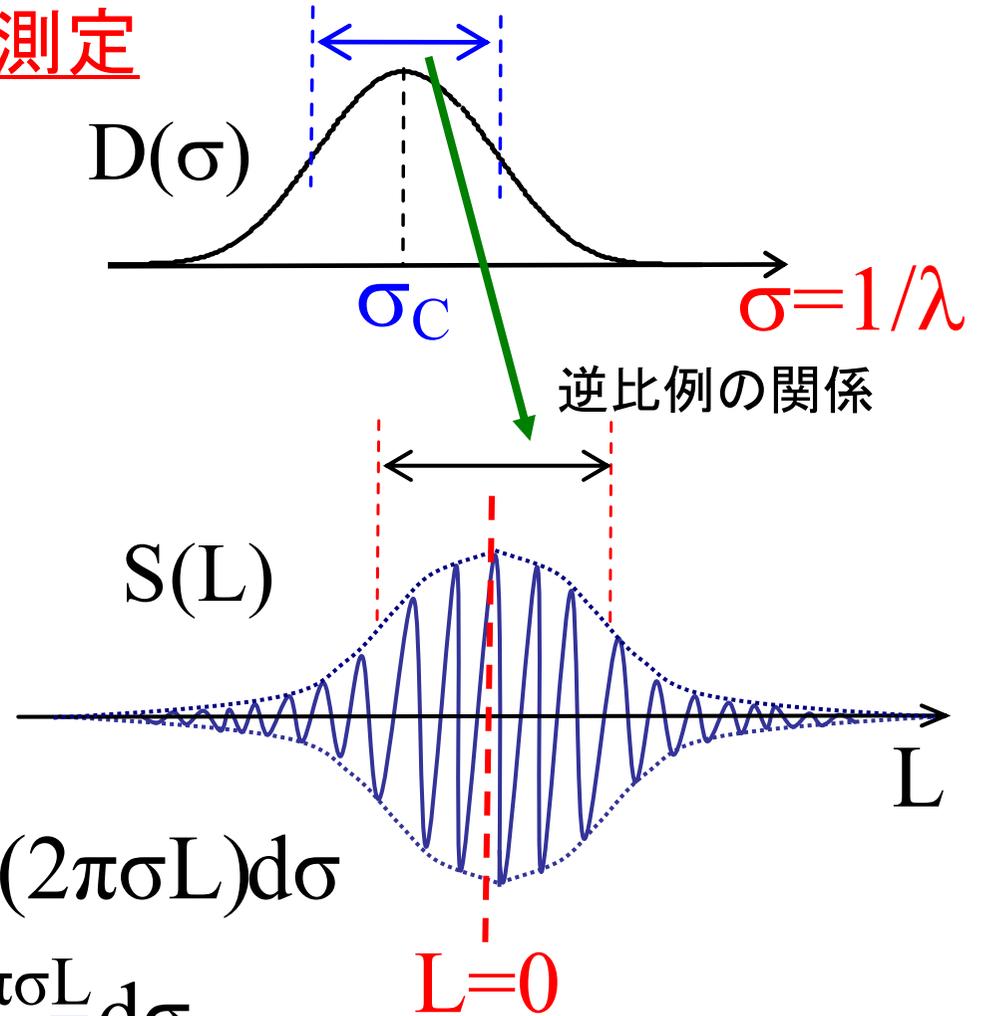
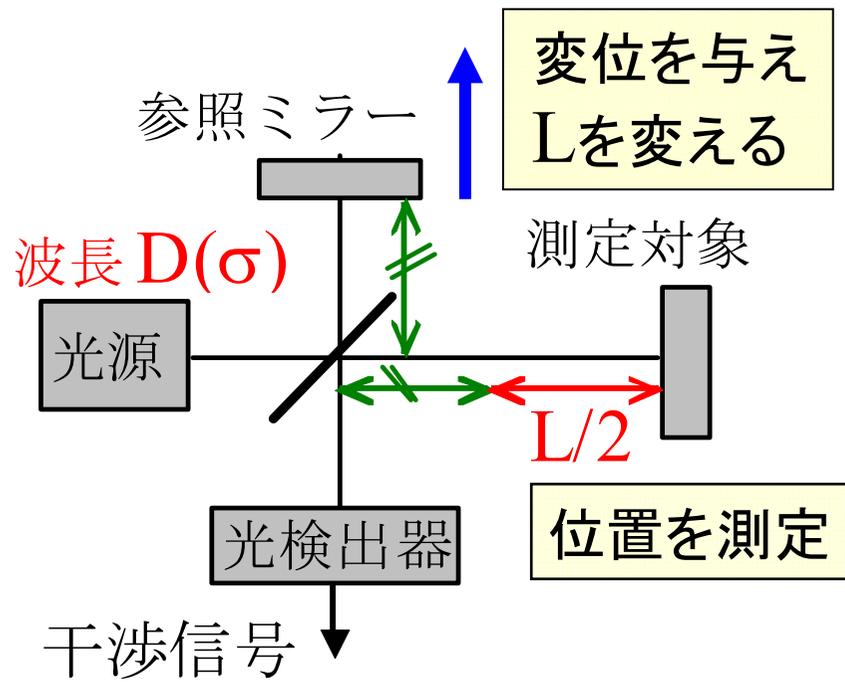


## 干渉計の問題点と展開



- ① 1つの波長 $\lambda$ を用いた場合は、光路差 $L$ の測定範囲は $\lambda$ 以下である。→ 多くの波長 $\lambda$  (波数 $\sigma = 1/\lambda$ )を用いる。
- ② 干渉信号 $S(L)$ からどのようにして位相 $\alpha = (2\pi/\lambda)L$ を取り出すか。→  $\cos$ の中に変調位相項 (キャリア成分)を入れる。

# 白色干渉計 (1) 位置の測定

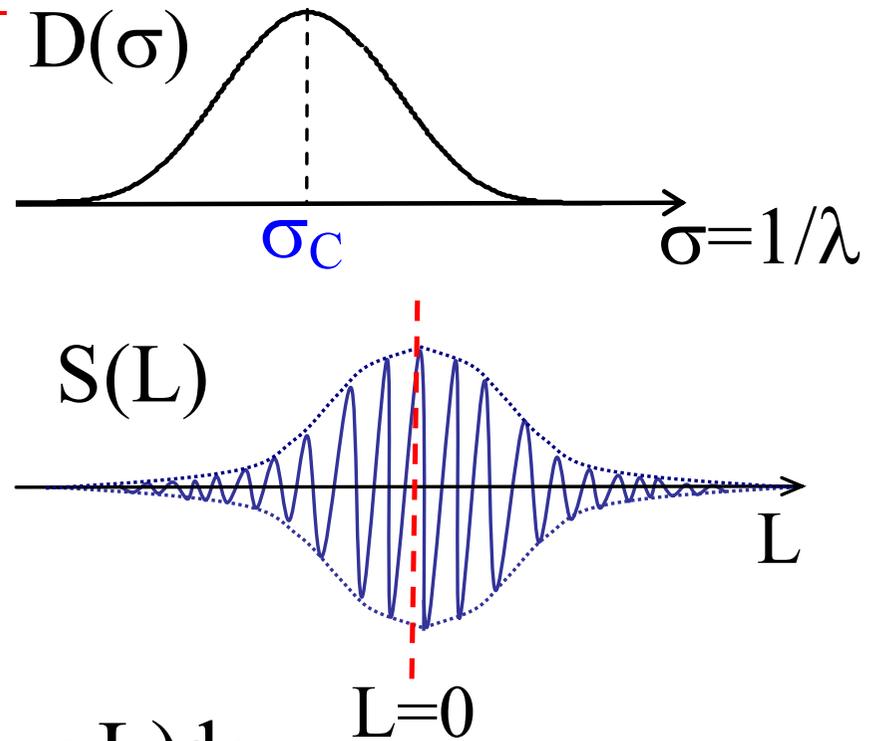
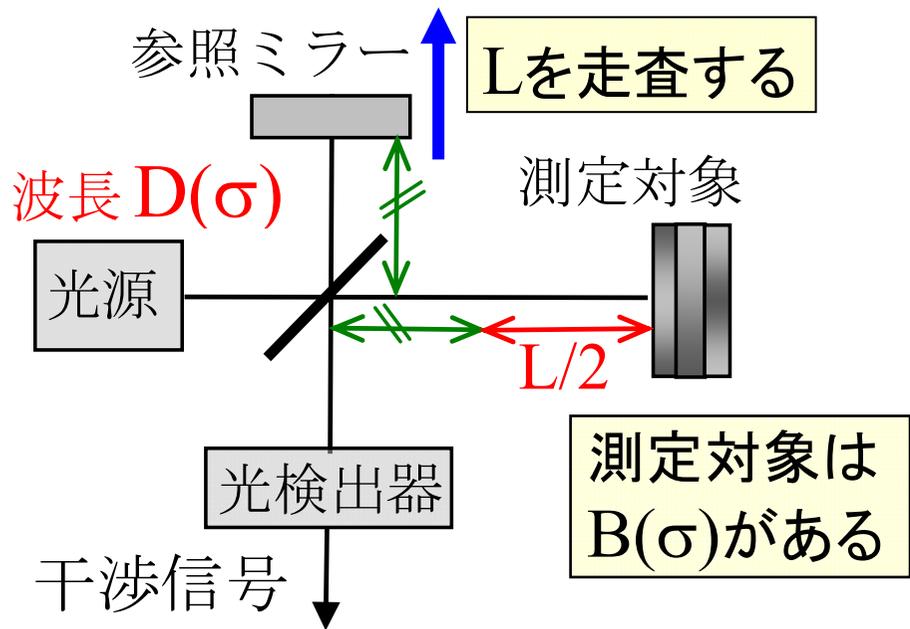


$$S(L) = \int_{-\infty}^{\infty} D(\sigma) \cos(2\pi\sigma L) d\sigma$$

$$\propto \int_{-\infty}^{\infty} D(\sigma) e^{j2\pi\sigma L} d\sigma$$

干渉信号は関数  $D(\sigma)$  のフーリエ変換 (逆フーリエ変換)  
光路差  $L=0$  で、干渉信号の振幅最大、位相ゼロ

## 白色干渉計 (2) $B(\sigma)$ の検出



$$S(L) = \int_{-\infty}^{\infty} D(\sigma) B(\sigma) \cos(2\pi\sigma L) d\sigma$$

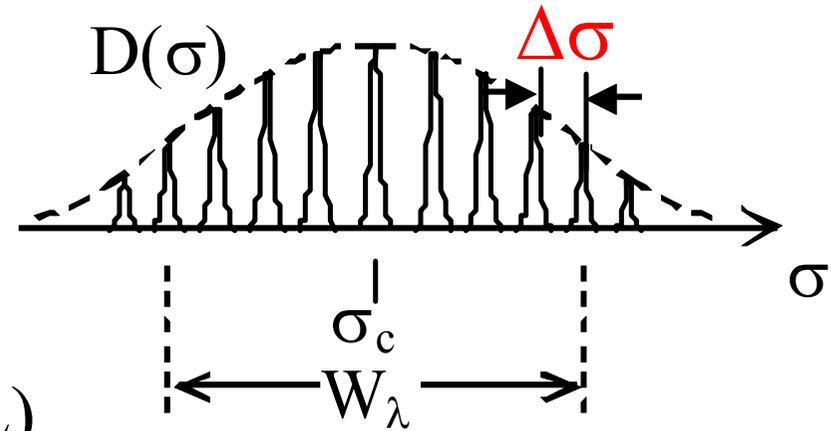
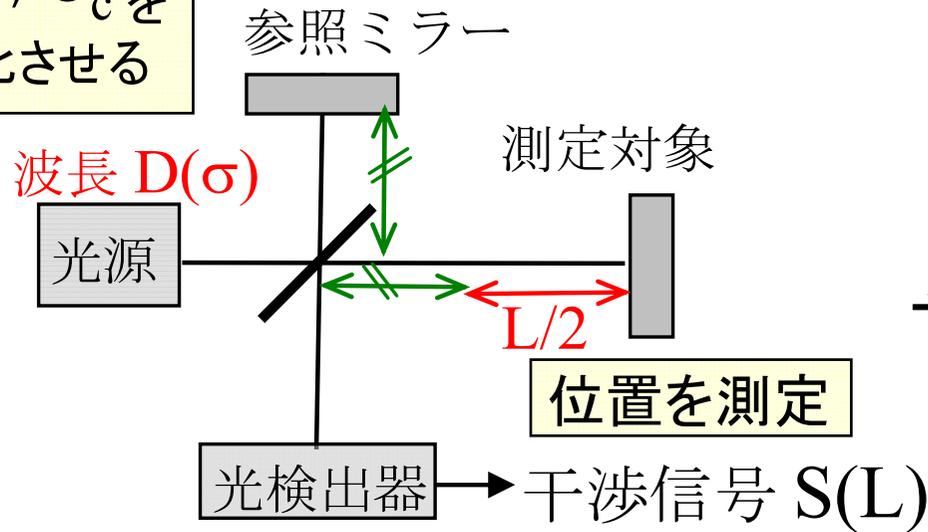
$$\propto \int_{-\infty}^{\infty} D(\sigma) B(\sigma) e^{j2\pi\sigma L} d\sigma$$

$L$ の走査による干渉信号 $S(L)$ をフーリエ変換すれば、 $D(\sigma)B(\sigma)$ が求まり、測定対象の構造を反映している $B(\sigma)$ が得られる。

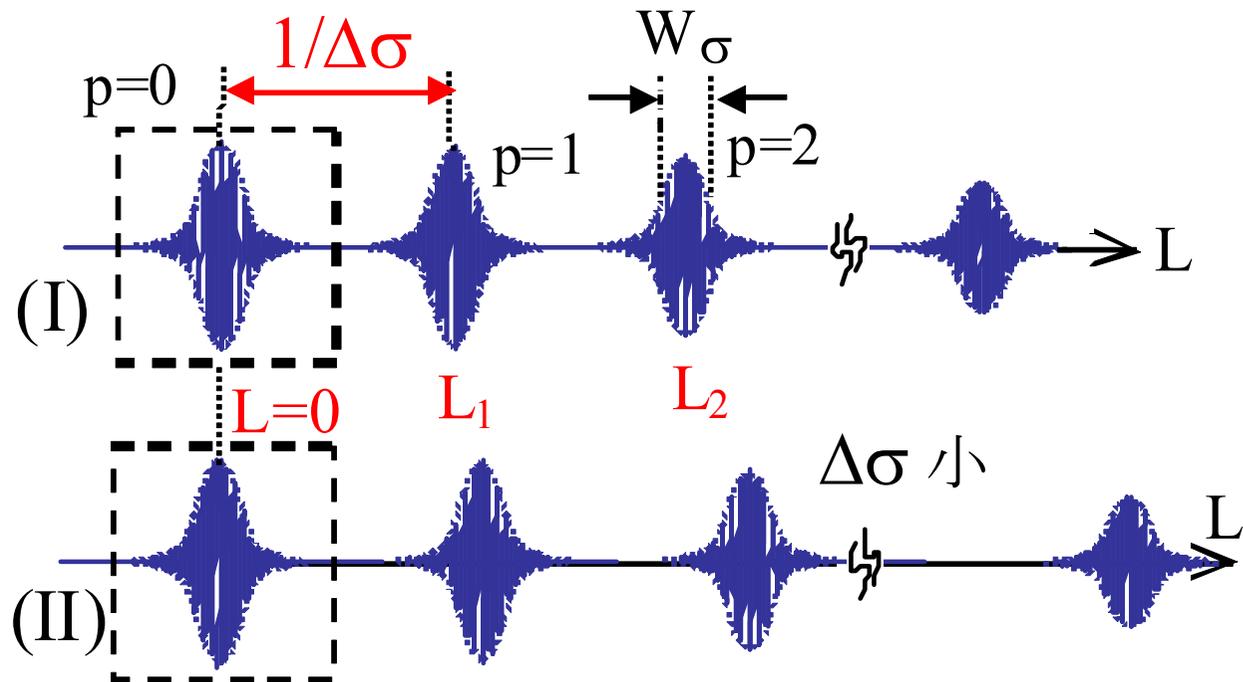
$B(\sigma)$ は振幅、位相を持っている。

# 光コム干渉計 白色干渉計の離散型

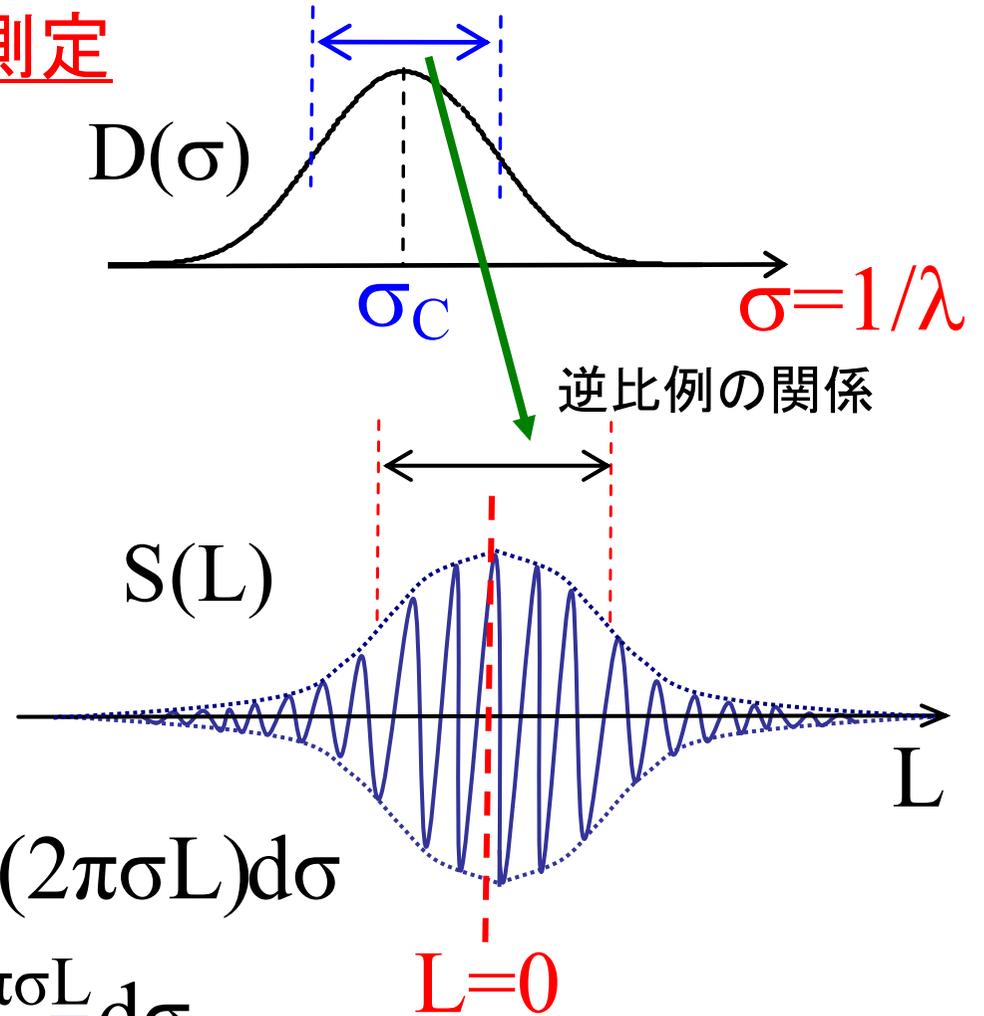
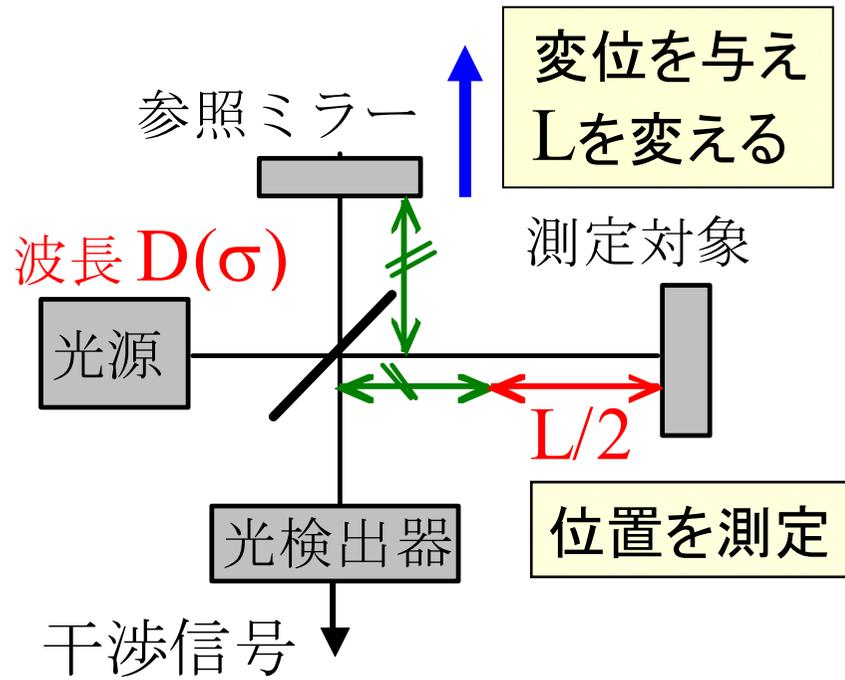
$\Delta\sigma, \sigma_c$  を  
変化させる



波数分布  $D(\sigma)$  が  
離散的の場合は  
 $D(\sigma)$  が連続的な  
場合の干渉信号  
が、 $1/\Delta\sigma$  に間隔  
で繰り返される。



# 白色干渉計 (1)位置の測定

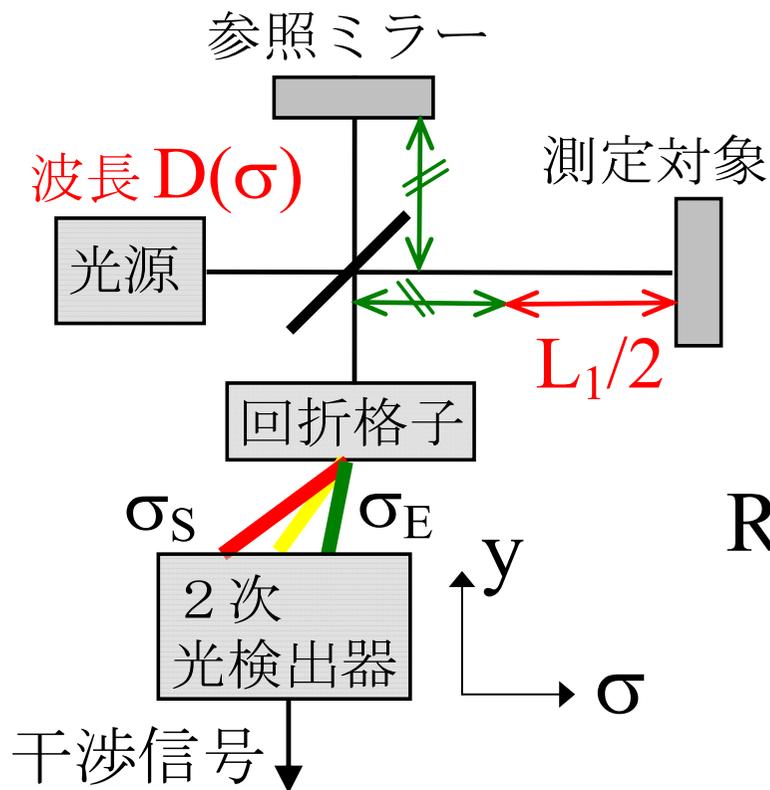


$$S(L) = \int_{-\infty}^{\infty} D(\sigma) \cos(2\pi\sigma L) d\sigma$$

$$\propto \int_{-\infty}^{\infty} D(\sigma) e^{j\underline{2\pi\sigma L} - \underline{d\sigma}}$$

干渉信号は関数  $D(\sigma)$  のフーリエ変換 (逆フーリエ変換)  
 光路差  $L=0$  で、干渉信号の振幅最大、位相ゼロ

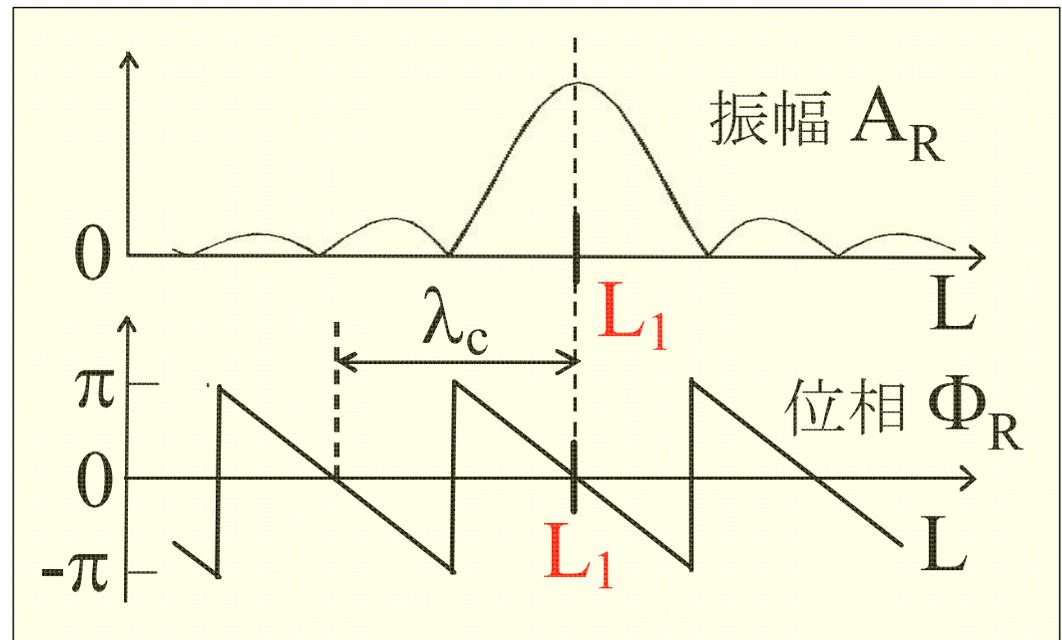
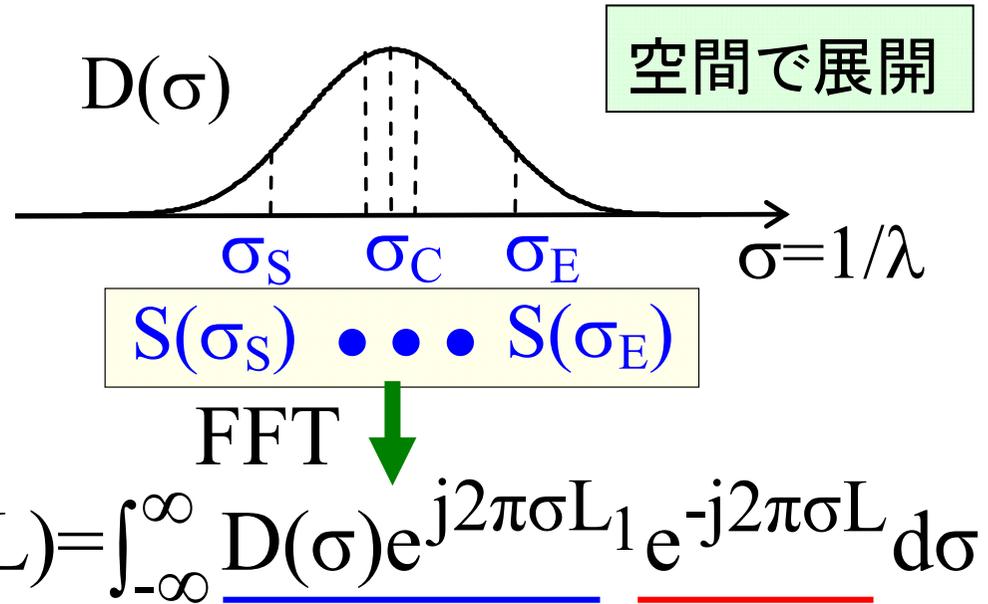
# 波長走査干渉計 多くの波長を順番に用いる(1)



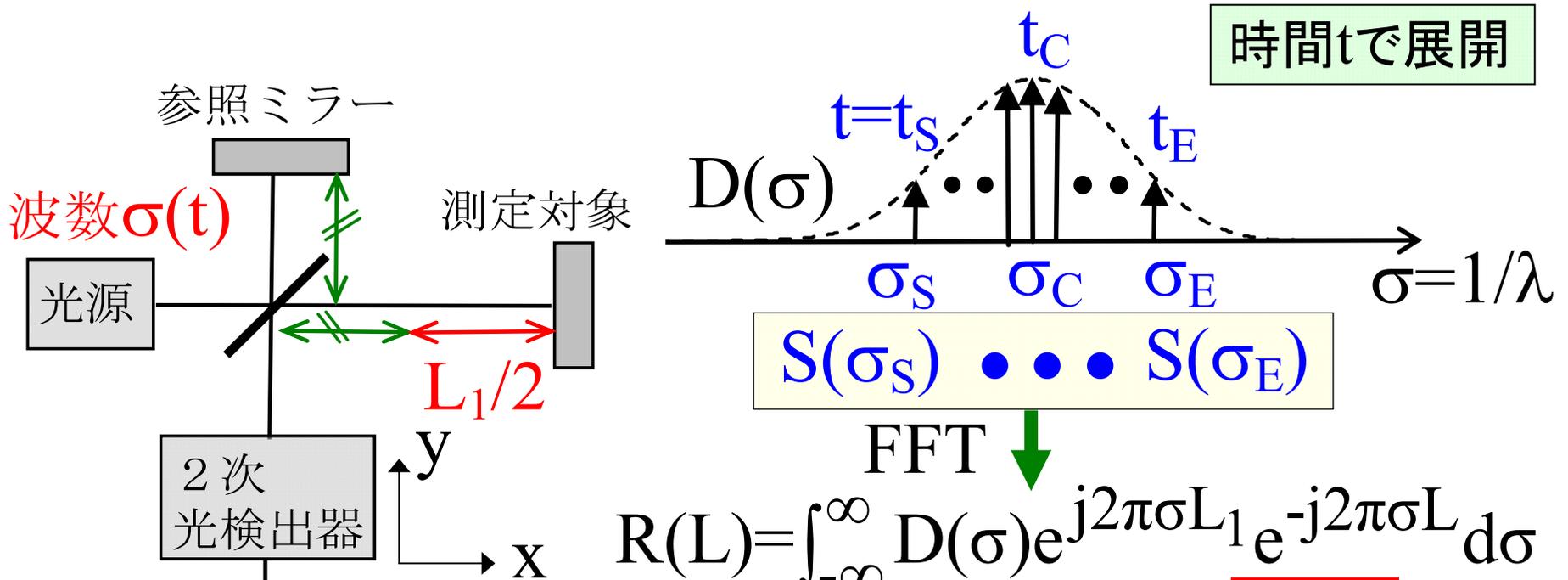
$$S(\sigma) = D(\sigma) \cos(2\pi\sigma L_1)$$

$$\propto D(\sigma) e^{j2\pi\sigma L_1}$$

y軸に沿った1次元測定  
複数物体の位置が測定できる



# 波長走査干渉計 多くの波長を順番に用いる(2)

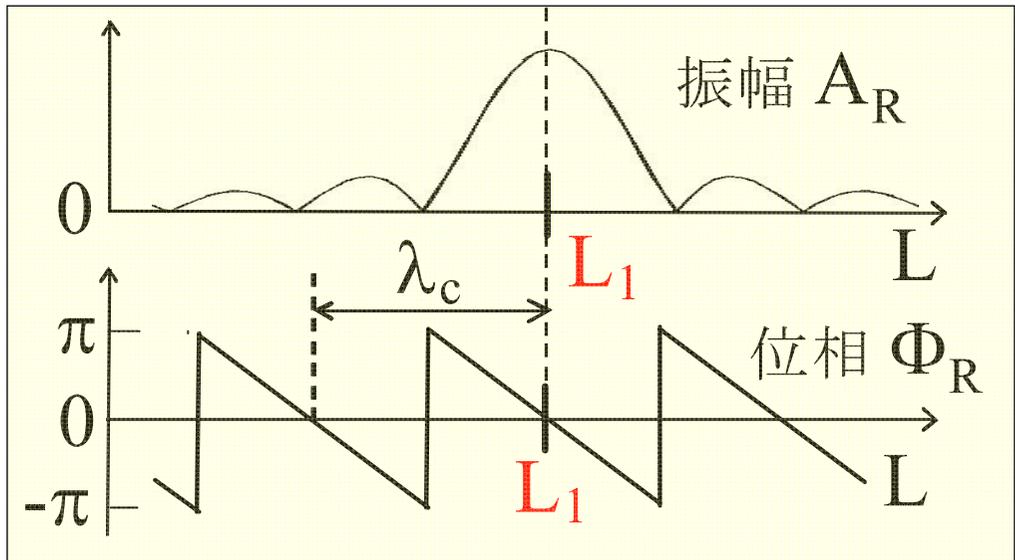


時間tで展開

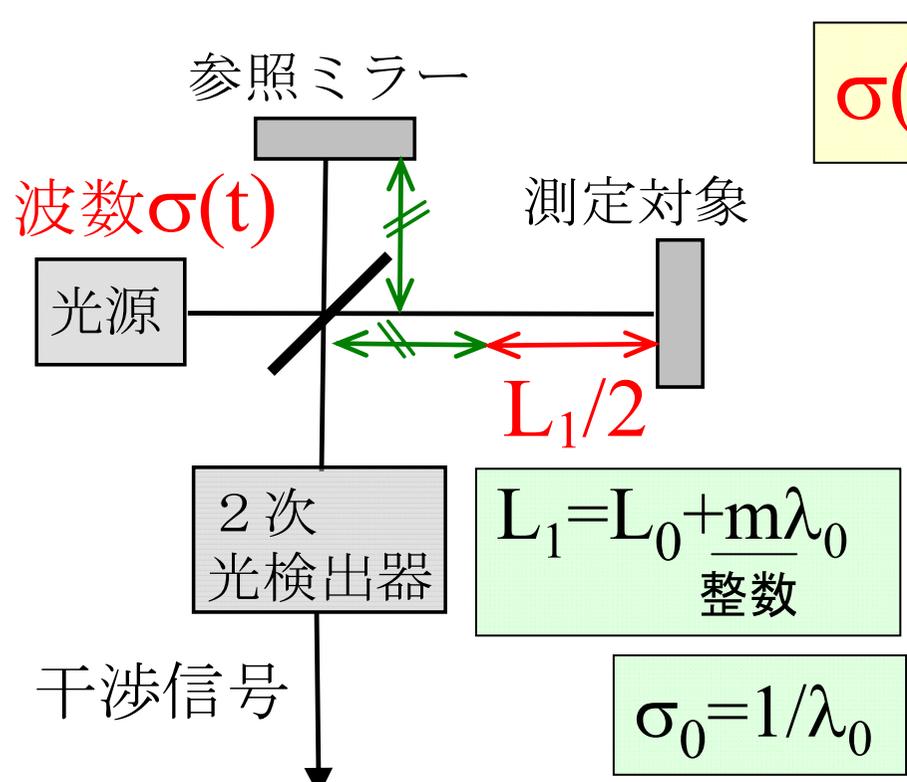
$$S(\sigma) = D(\sigma) \cos(2\pi\sigma L_1)$$

$$\propto D(\sigma) e^{j2\pi\sigma L_1}$$

x-y平面での測定  
複数物体の位置が測定できる

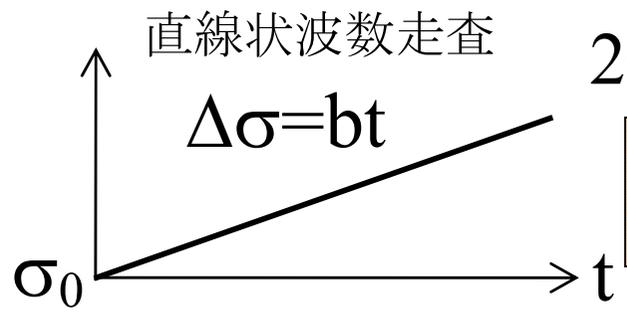


# 波長走査干渉計 多くの波長を時間関数的に用いる(3)

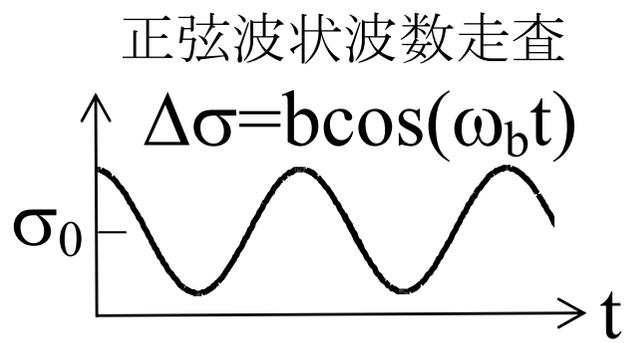


$$\sigma(t) = \sigma_0 + \Delta\sigma(t)$$

時間  $t$  で関数で展開



周波数を求める



$$2\pi b L_1 \cos(\omega_b t)$$

$$S(\sigma) = \cos(2\pi\sigma L_1)$$

$$= \cos(2\pi\underline{\sigma_0 L_1} + 2\pi\underline{\Delta\sigma(t) L_1})$$

波長  $\lambda_0$  による位相  $\lambda_0$  以下の  $L_0$  値が求まる

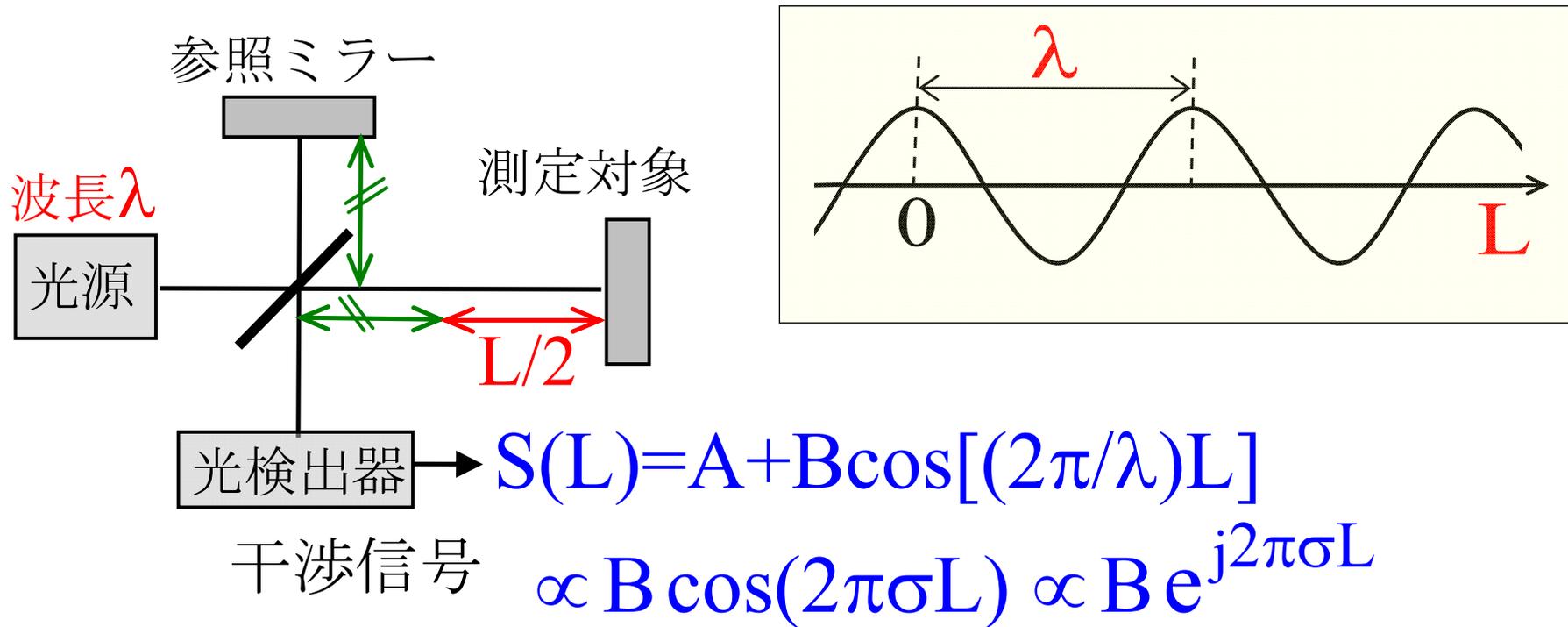
$L_1$  のおおまかな値を求める

正弦波振動する位相の振幅を求める

## 光干渉計のお話

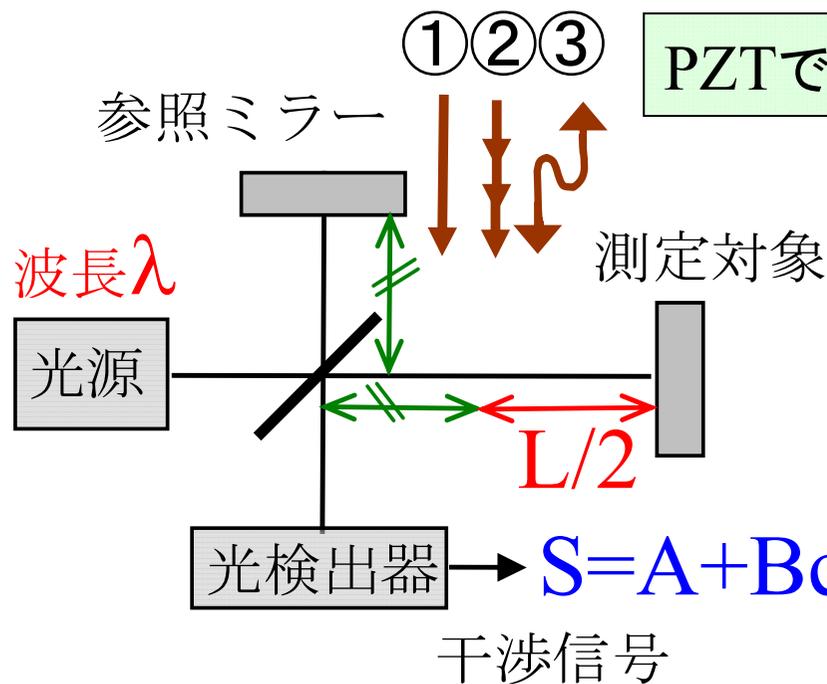
- ① どんな光を用いるか
- ② どんな変調を干渉信号に加えるか

## 干渉計の問題点と展開

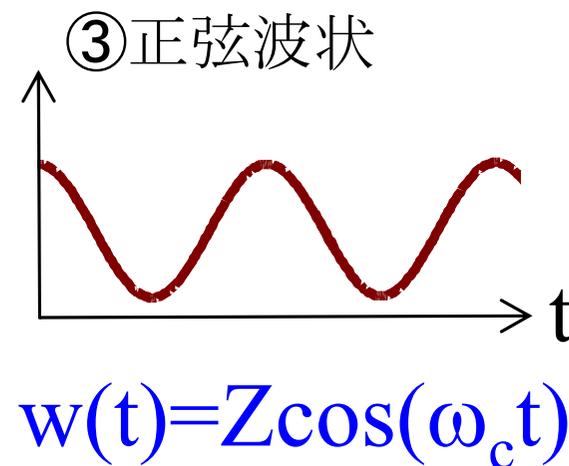
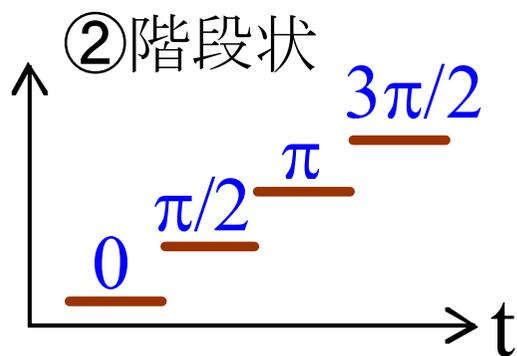
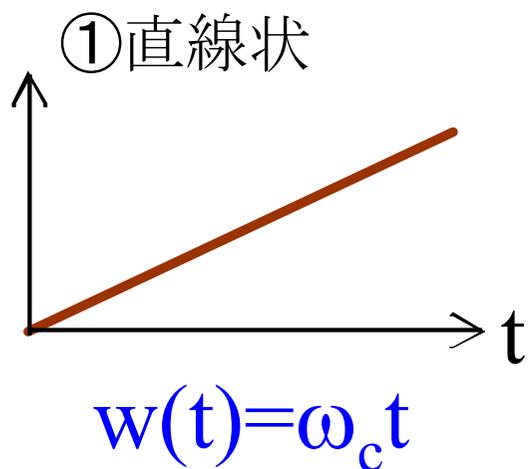


- ① 1つの波長 $\lambda$ を用いた場合は、光路差 $L$ の測定範囲は $\lambda$ 以下である。→ 多くの波長 $\lambda$  (波数 $\sigma = 1/\lambda$ )を用いる。
- ② 干渉信号 $S(L)$ からどのようにして位相 $\alpha = (2\pi/\lambda)L$ を取り出すか。→  $\cos$ の中に変調位相項 (キャリア成分)を入れる。

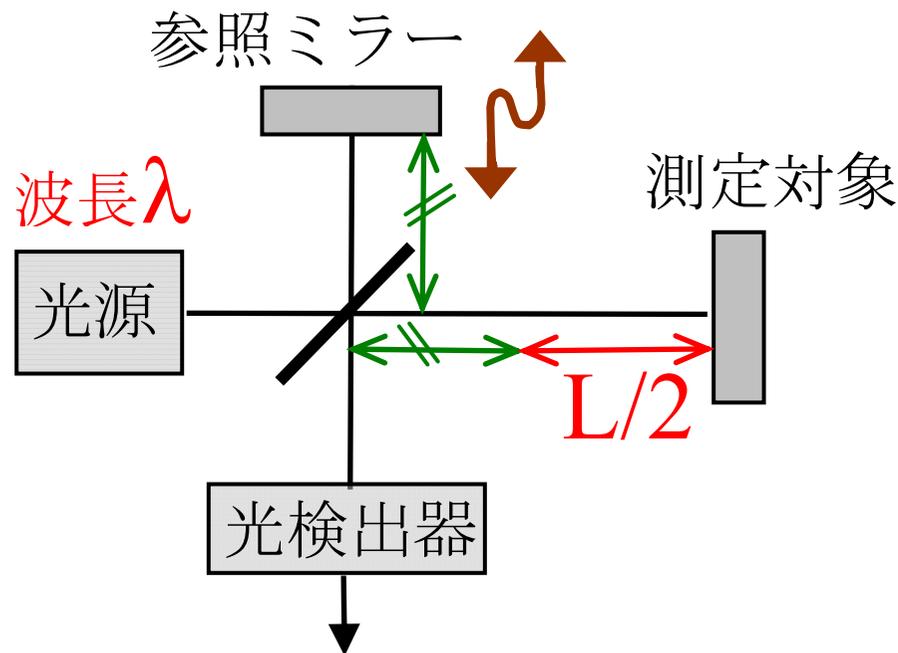
# $S=A+B\cos\alpha$ から位相 $\alpha$ の取り出し方



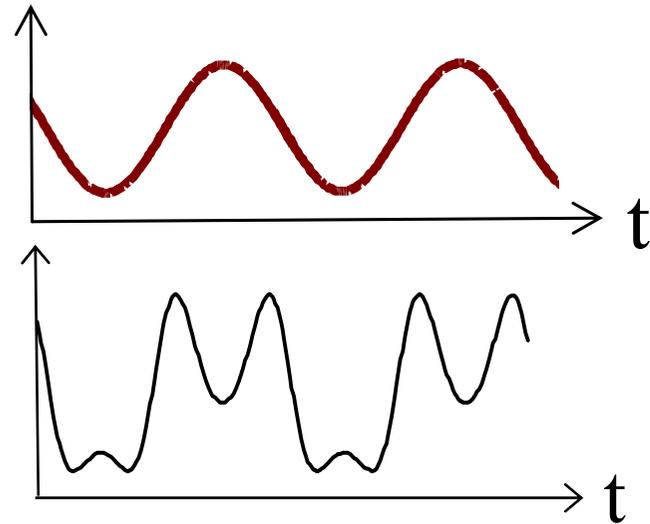
$\cos\alpha$ の中に  
位相変調項 (キャリア成分)  
 $w(t)$  ( $\propto 2\pi L/\lambda$ ) を入れる。



# 正弦波位相変調干渉法



PZTで正弦波振動を与える

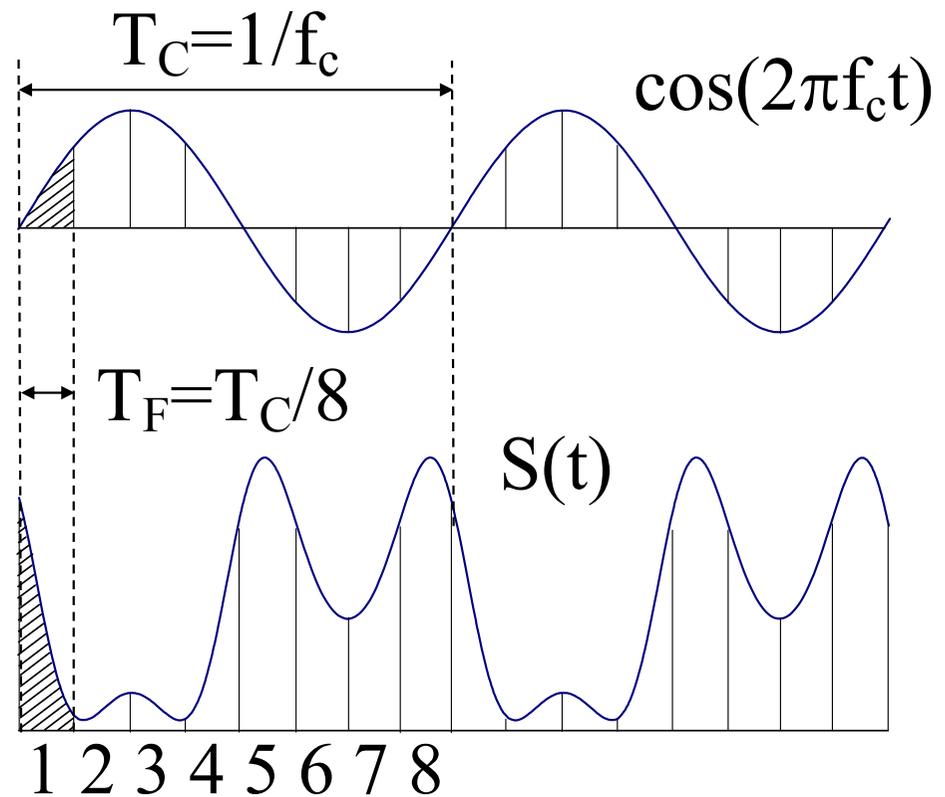
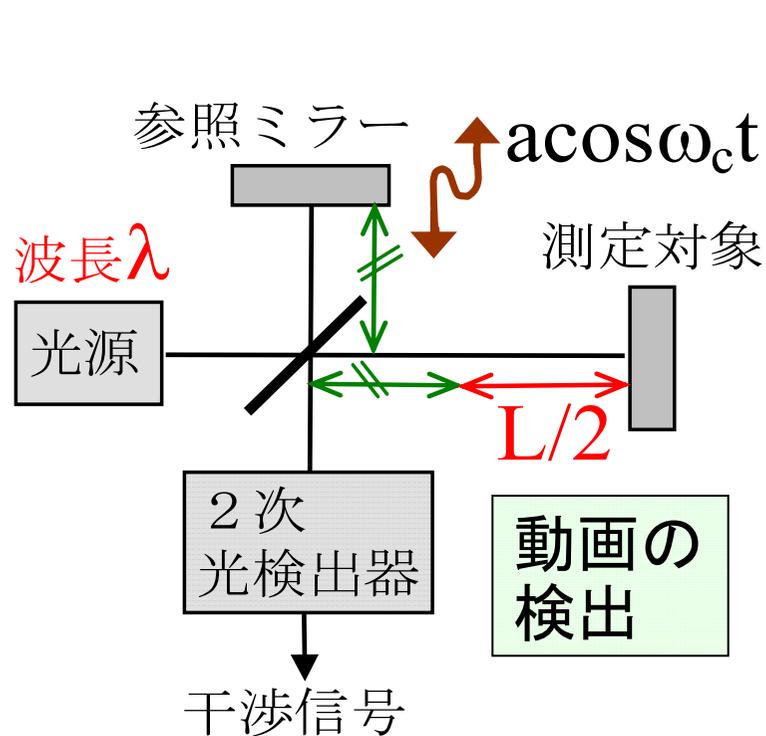


干渉信号  $S(t) = A + B \cos[Z \cos(\omega_c t) + \alpha]$

- ・ 正弦波の動きは自然である。
- ・ 変調振幅Zを測定できる。
- ・ 干渉信号は時間連続的あり、 $\omega_c$ の高調波成分から成る。→ 実時間処理が容易

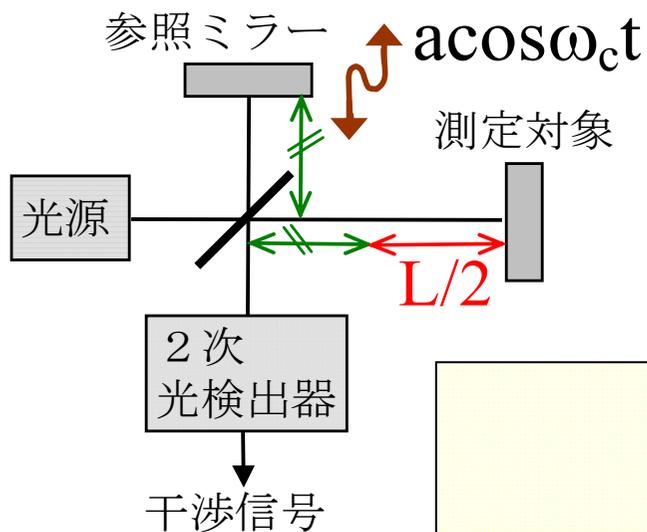
↓ フーリエ変換による処理  
 $\alpha = (2\pi/\lambda)L$

# CCDによる干渉信号の検出



- ・ $3f_c$ までの高調波を用いる 1周期8点のサンプル
- ・ $f_c = 200\text{Hz}$  とすると、CCDのフレームレートは $f_F = 1600\text{Hz}$
- ・安価なCCDで  $f_c = 200\text{Hz}$  の信号が検出できないか？

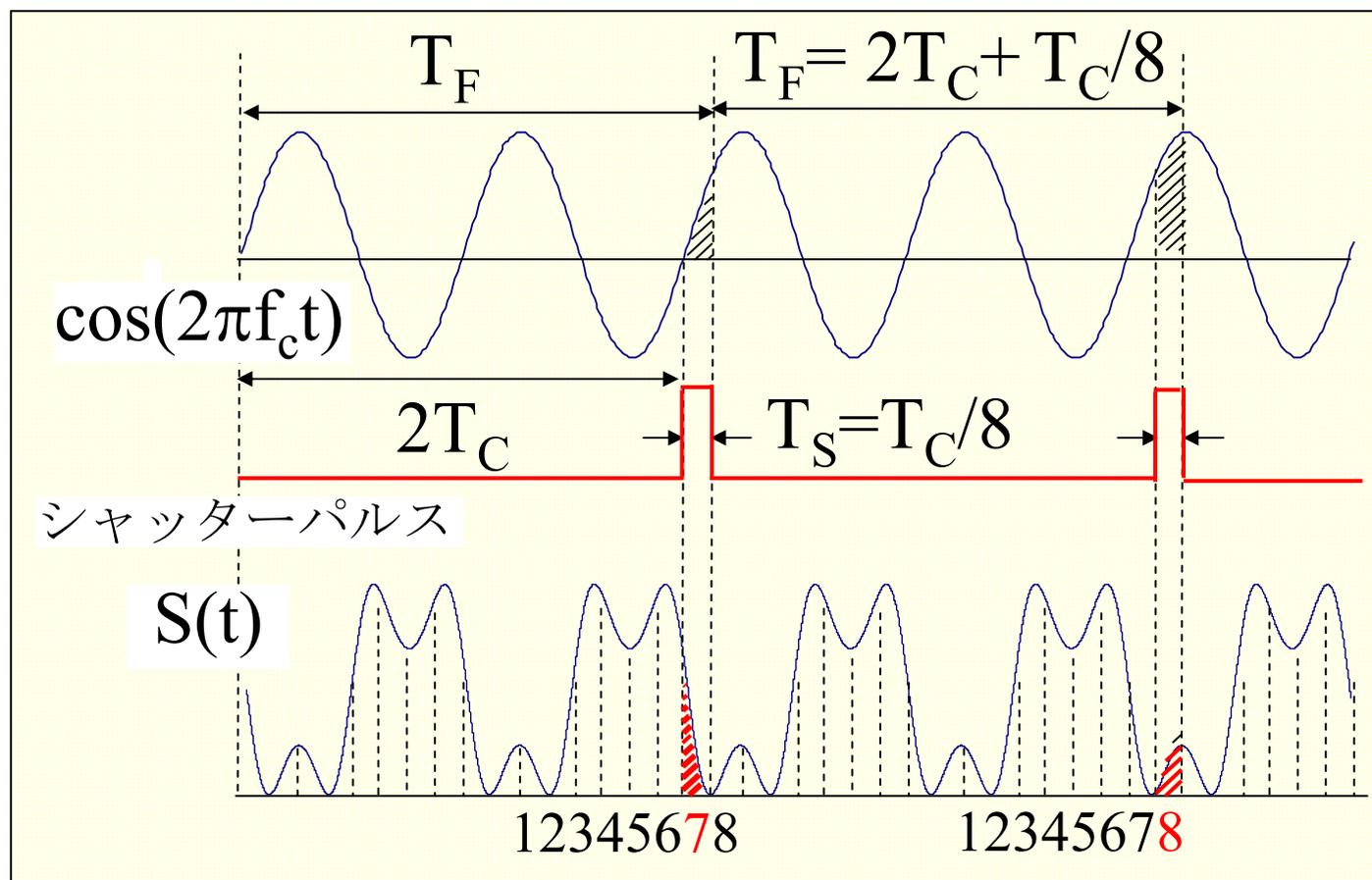
# CCDのシャッター機能を用いた干渉信号の検出



- ・干渉信号が繰り返されることを利用
- ・各フレームで異なる箇所を検出
- ・必要なデータは8フレーム必要

$T_F$ : フレーム周期

$T_C$ : 位相変調周期



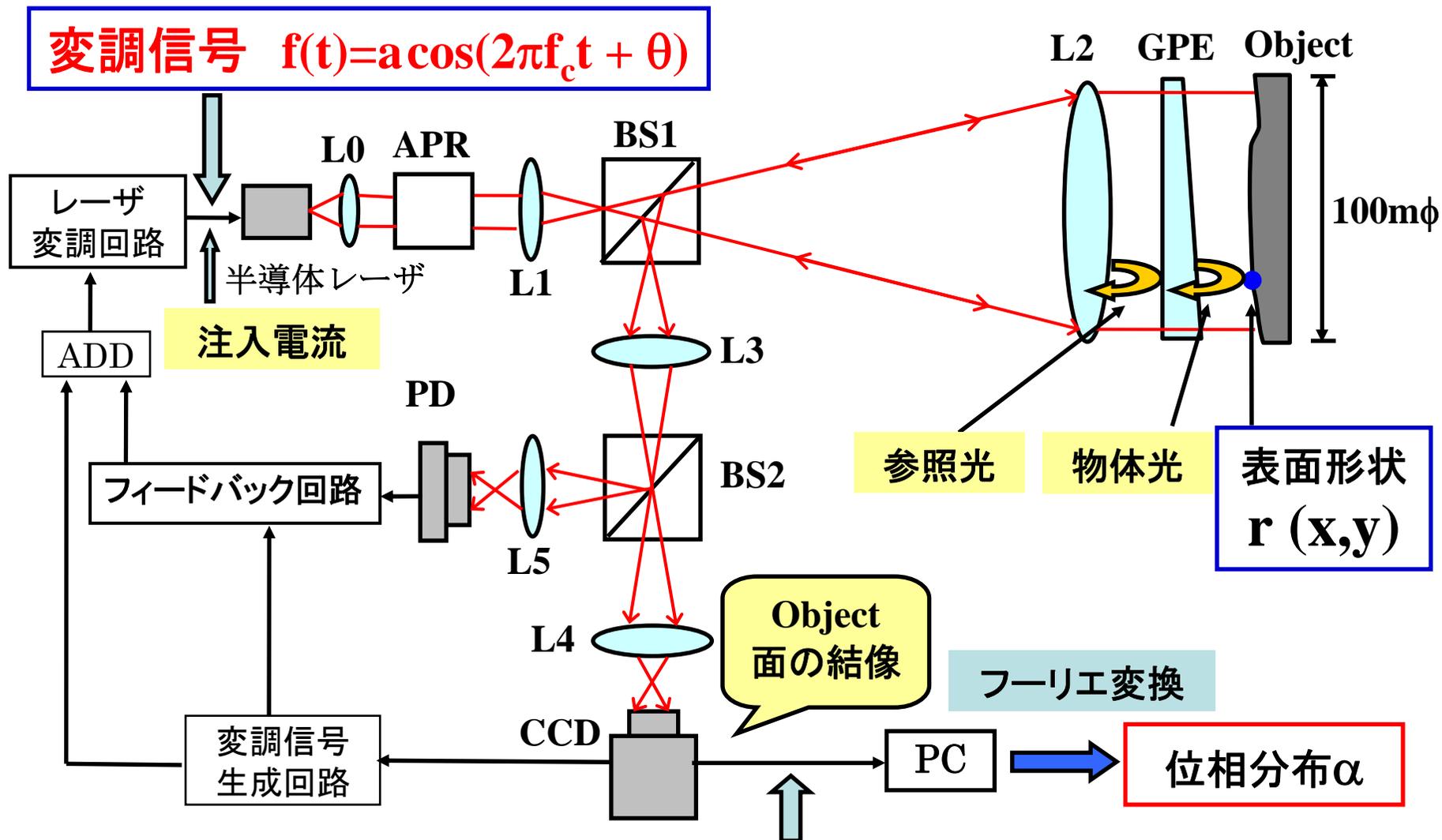
なぜ、正弦波位相変調干渉法が良いのか？  
なにが、新しくできるのか？

- 😊 正弦波状の変化は、自然の動きですので、正確に与えることができます。
- 😊 正弦波状の変化は、なめらかな連続的变化ですので、検出する干渉信号も時間連続的な素直な信号となります。
- 😊 この干渉信号から、必要とする信号を容易に作り出すことができます。

どんな干渉計を作ってきたか

何が測定できたか

# 振動の影響を受けない正弦波位相変調レーザー干渉計



干渉信号  $S(t,x,y) = A + B \cos[Z \cos(2\pi f_c t + \theta) + \alpha]$

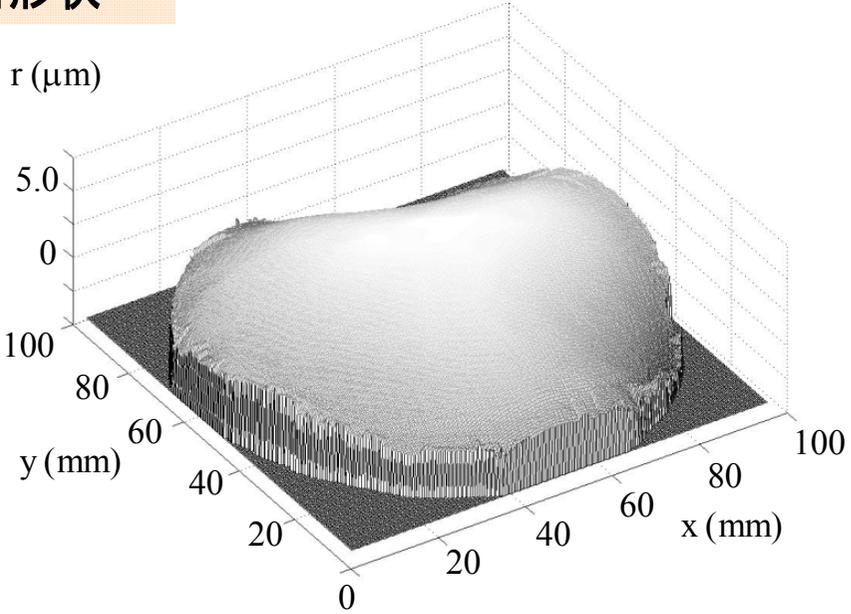
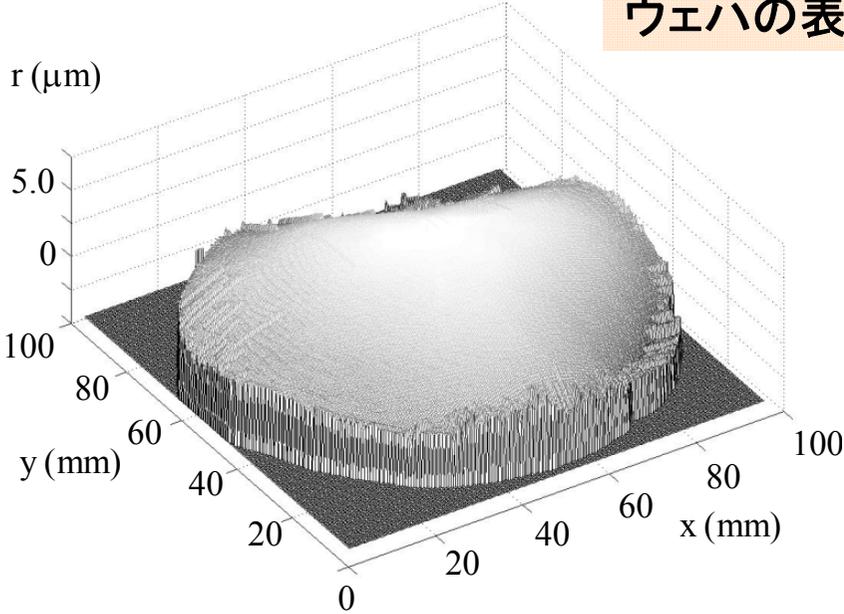
$\alpha = 4\pi r / \lambda$

# 振動あり(モーターによる振動)

フィードバック制御なし

フィードバック制御あり

直径100mmのIC  
ウェハの表面形状

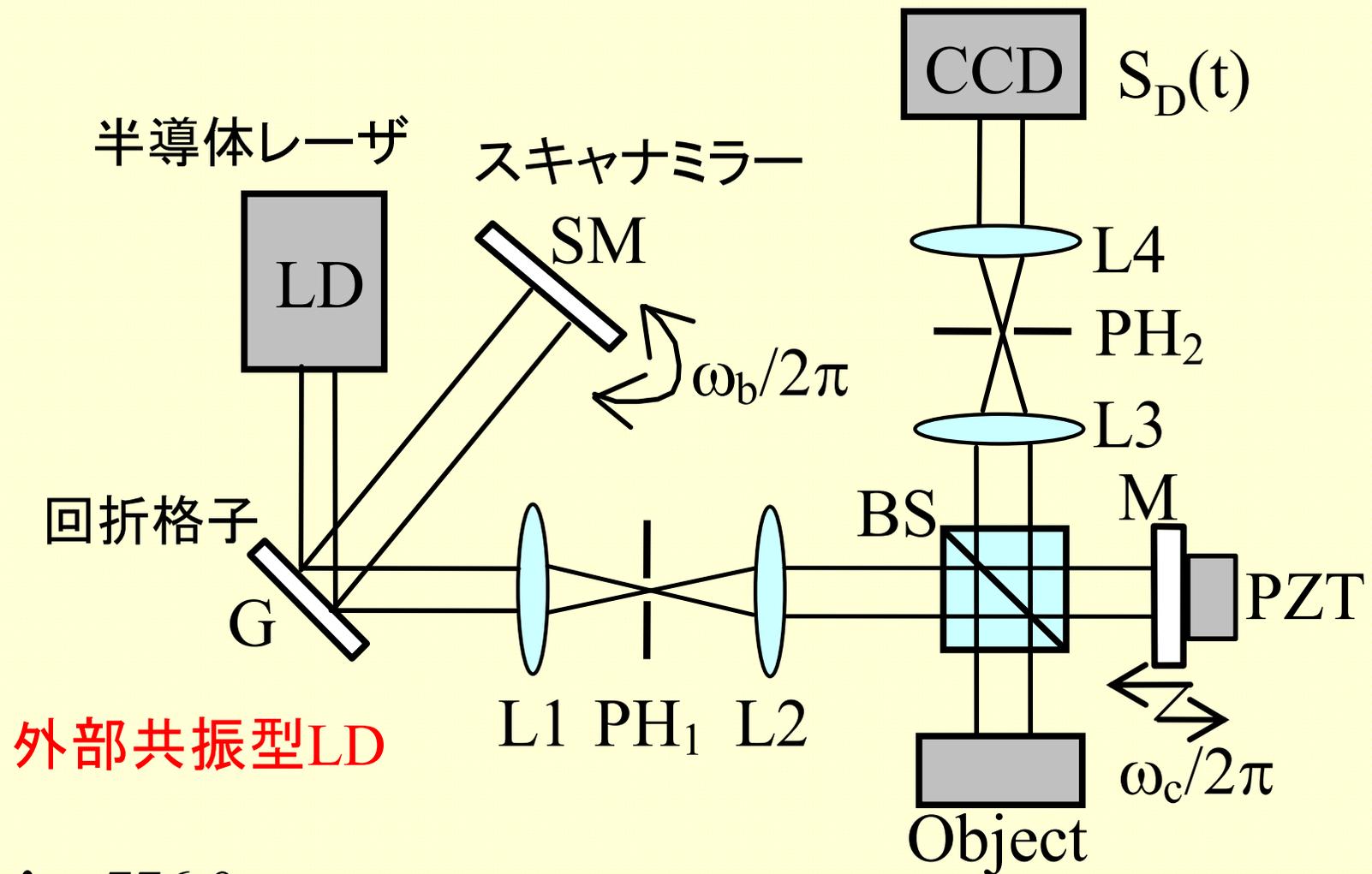


振動なしの場合との差  
RMS値 150[nm]

振動なしの場合との差  
RMS値 5[nm]



# 波長走査干渉計装置の構成



外部共振型LD

$\lambda_0 = 776.0 \text{ nm}$

$2b = 16.8 \text{ nm} \quad \omega_b/2\pi = 16.3 \text{ Hz} \quad \omega_c = 32\omega_b$

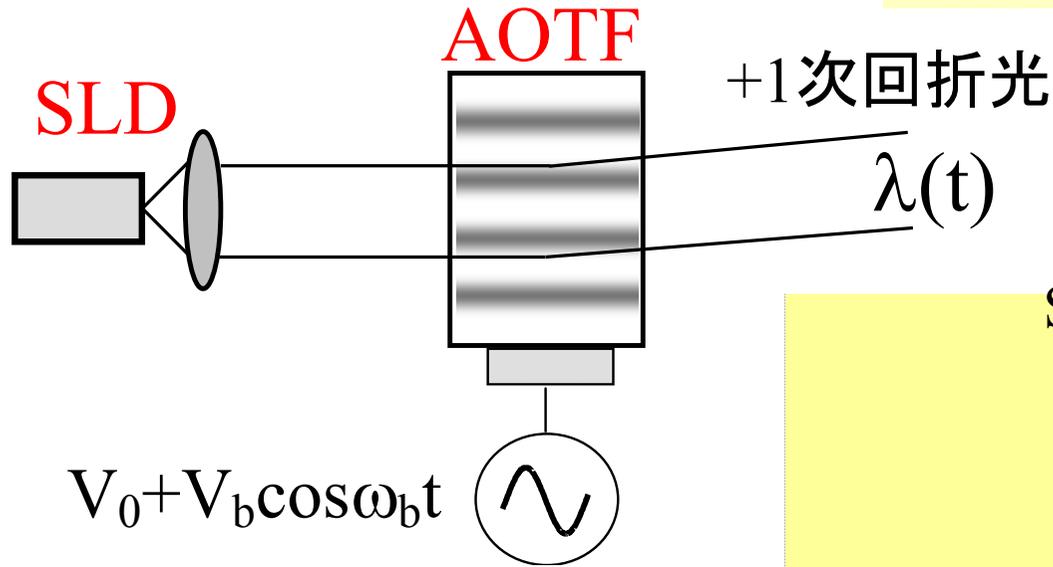




# 広帯域波長走査光源

SLD: スーパーluminescent  
ダイオード

AOTF: 音響光学波長可変  
フィルター



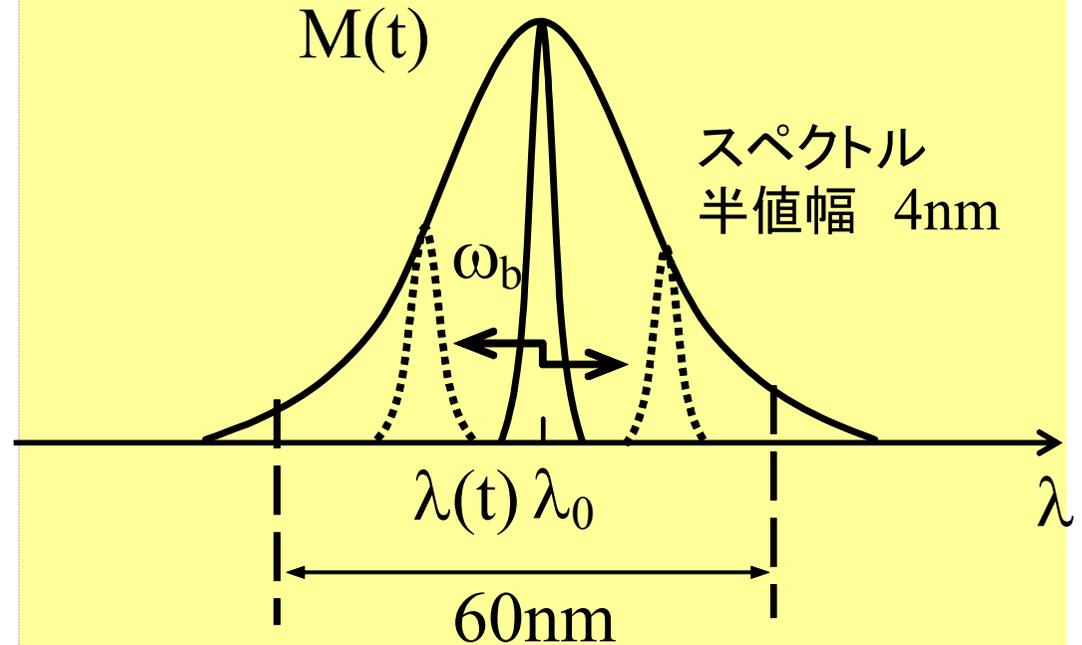
FWHM: 46nm

$\lambda_0 = 837.1 \text{ nm}$

$2b = 48.4 \text{ nm}$

$\omega_b / 2\pi = 16.3 \text{ Hz}$

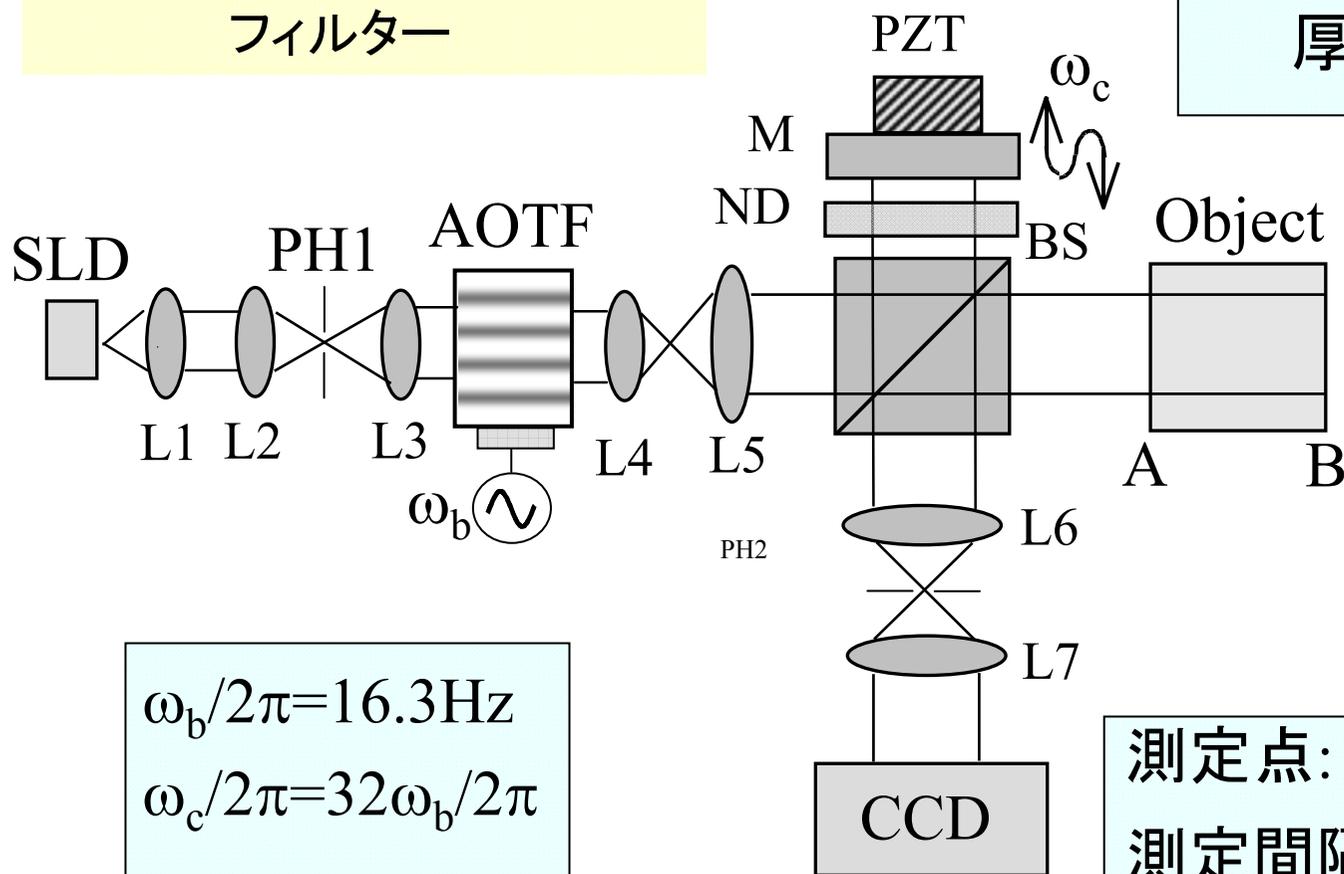
SLDのスペクトル分布



# 干渉計装置

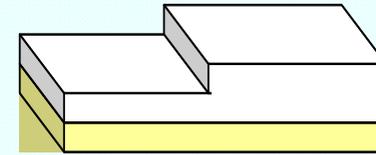
SLD: スーパーluminescent  
ダイオード

AOTF: 音響光学波長可変  
フィルター



$$\omega_b/2\pi=16.3\text{Hz}$$
$$\omega_c/2\pi=32\omega_b/2\pi$$

IC wafer上のSiO<sub>2</sub>膜



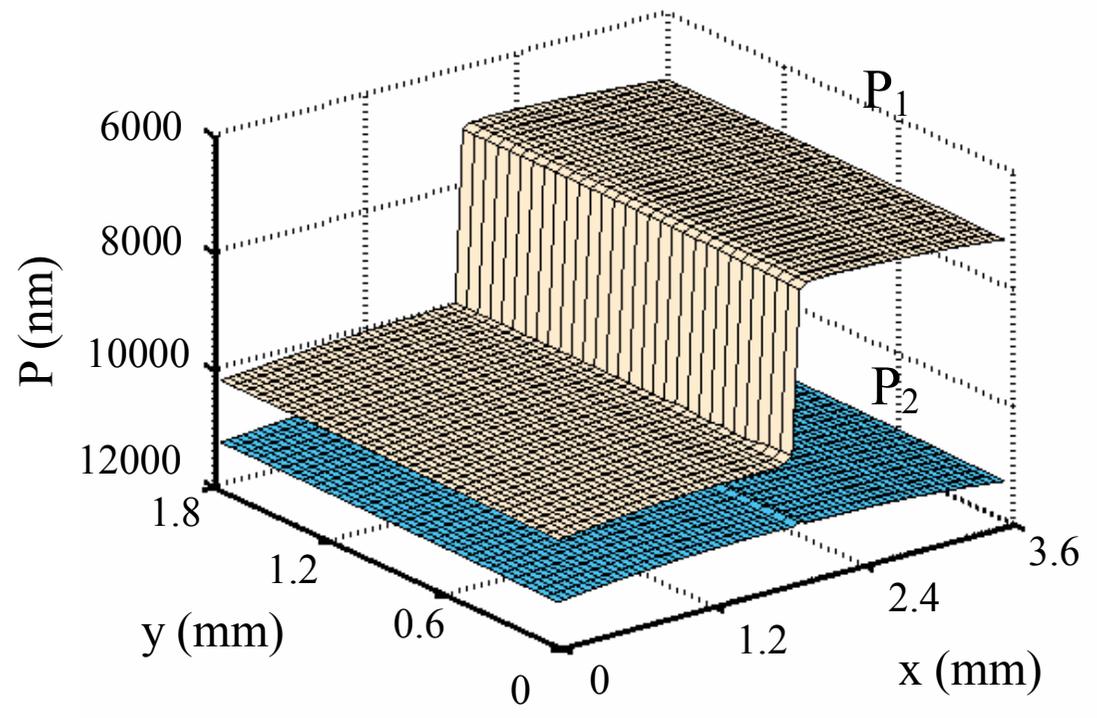
厚さ: 1 $\mu$ m 4 $\mu$ m

測定点: 60 $\times$ 30

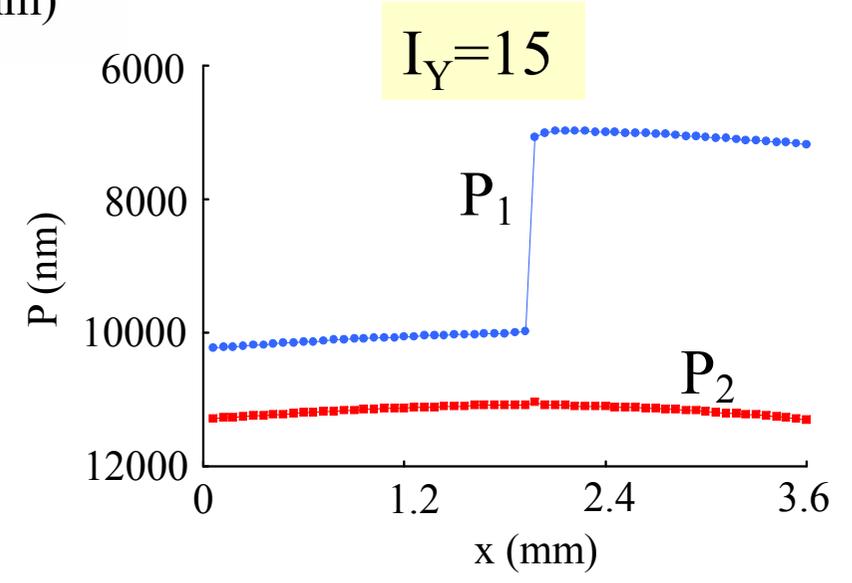
測定間隔: 60 $\mu$ m $\times$ 60 $\mu$ m

測定範囲: 3.6mm $\times$ 1.8mm

# 薄膜の位置

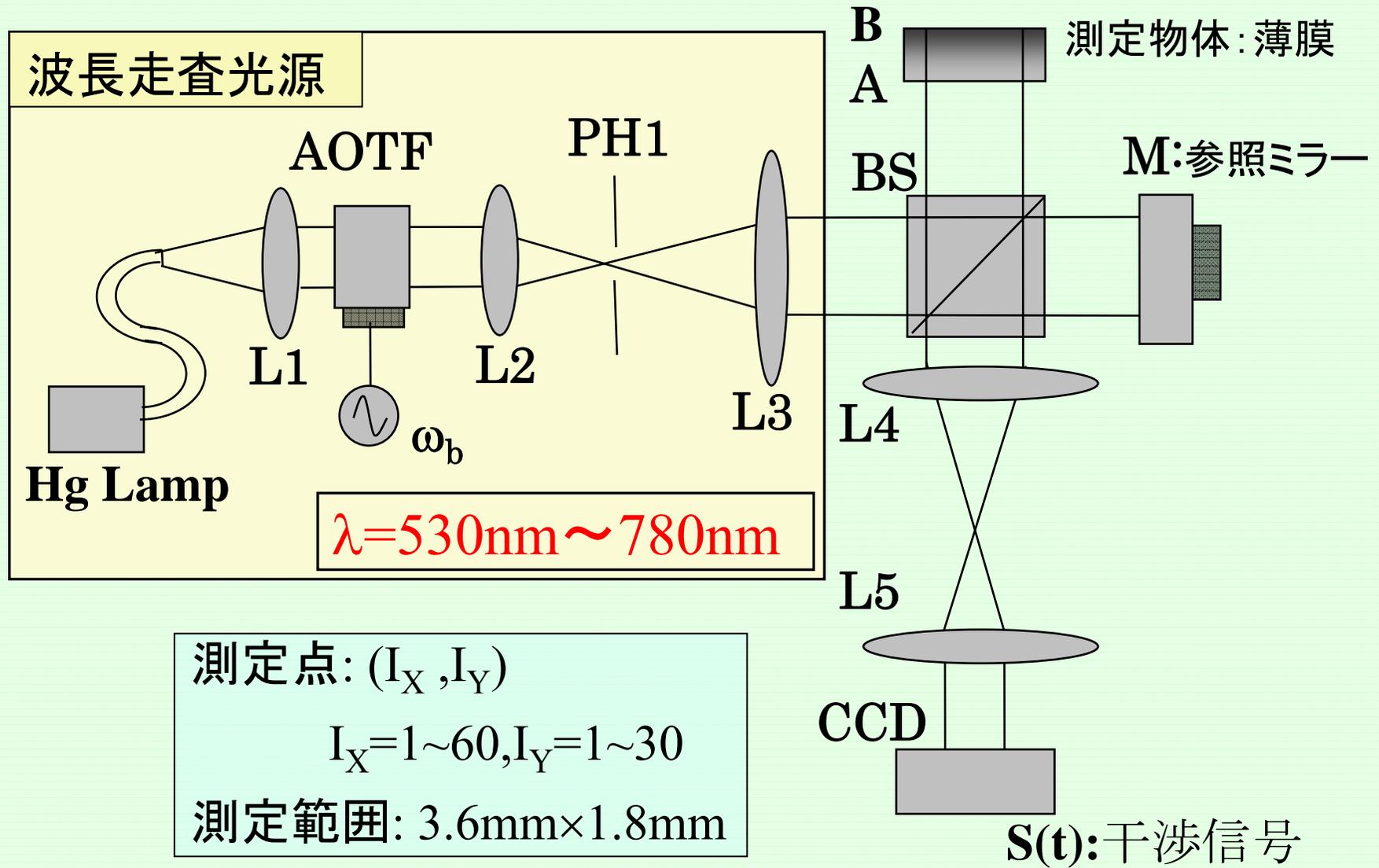


$P_1$ : おもて面  
 $P_2$ : 裏面



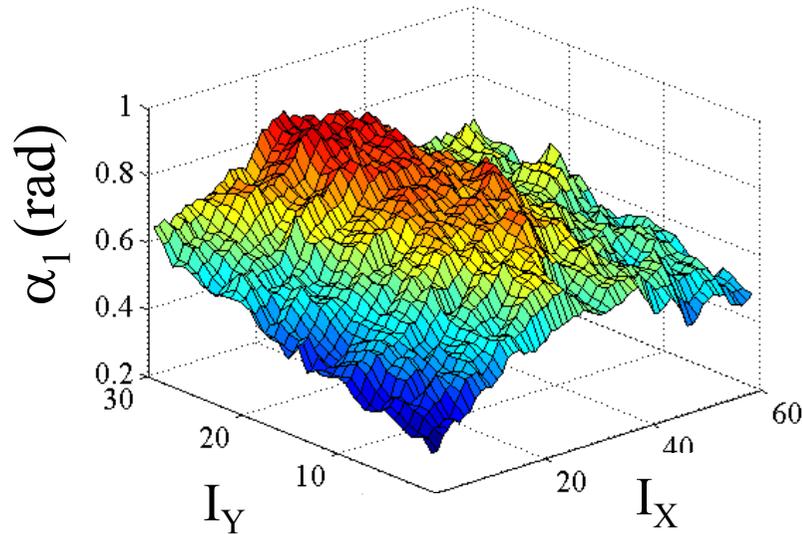


# 干渉計装置の構成

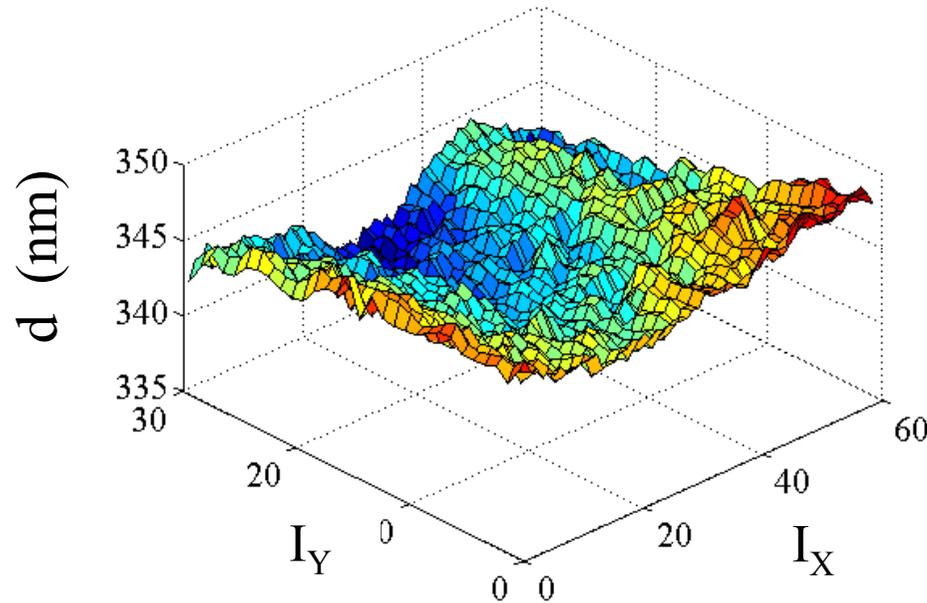
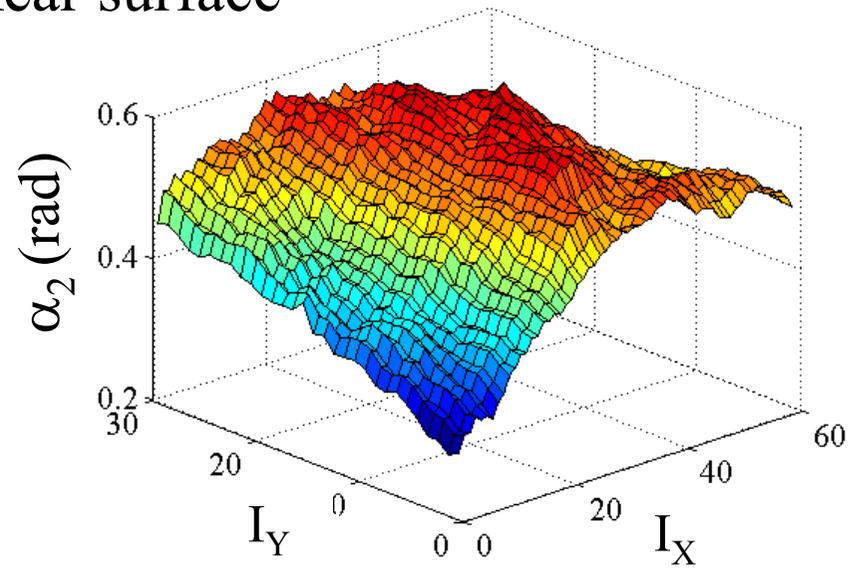


# Measurement results of a film with thickness of 340 nm

Front surface



Rear surface



Average thickness:  
344nm